This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

1817
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

PROPOSITIONES

GEOMETRICÆ,

More VETERUM demonſtratæ,

PROPOSITIONES GEOMETRICÆ,

More Veterum demonſtratæ,

Ad Geometriam Antiquam illuſtrandam et promovendam idoneæ.

Auctore Matthæo Stewart, S. T. D.

In Academia Edinenſi Matheſeos Profeſſore.

EDINBURGI:

Typis Sands, Murray, et Cochran.

Proſtant venales apud A. Millar, J. Nourse, et D. Wilson, *Londini*; et W. Sands, et A. Kincaid & J. Bell, *Edinburgi*.

MDCCLXIII.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]
[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]
[illegible]
[illegible]

[illegible]

NOBILISSIMO VIRO,

JACOBO-STEWARTO MACKENZIE,

DE ROSEHAUGH,

ARMIGERO;

SECRETI SIGILLI SCOTIÆ CUSTODI;

SERENISSIMO DOMINO REGI A SANCTIORIBUS CONCILIIS;

BONARUM ARTIUM AC SCIENTIARUM PATRONO, ATQUE CULTORI EXIMIO,

D. D. D.

MATTHÆUS STEWART.

Hist. of sci. - Spec.
Holmes
8-13-37
34697

AD LECTOREM

PRÆFATIO.

EX quo in hoc publico Matheſin profitendi munere conſtitutus ſum, Geometriam præcipue excolendam inſtitui; tum quod ea in Matheſi immane quantum patet, tum quod demonſtrationes geometricæ omnium maxime menti ſatisfaciunt, et res inveſtigandas, et demonſtrandas, plena et plana ſerie, quaſi ob oculos, ponunt: quare, ut ſtudioſæ juventuti quam maxime proſim, exercitationes geometricas identidem proponere, ſtatuo. Propoſitiones, igitur, paginis ſequentibus traditæ, ut pleræque prorſus novæ, et more veterum demonſtratæ ſunt, ita ſpem faciunt, iis ſaltem qui geometriam antiquam ſpirant, haud fore ingratas. Paucæ admodum ſunt, ex multis, quas voluminum aliquot poſthac materiam deſtino, modo per valetudinem, et docendi laborem, licuerit. Ad haſce autem intelligendas quæ in hoc volumine continentur, ſatis eſt, ſi vel primi ſex libri Euclidis

clidis Elementorum teneantur; et hujuſmodi librum idoneum arbitror, ut, poſt lectos illos Euclidis libros, manibus ſtudioſorum teratur: quippe qui ad animi intentionem defigendam, notionesque augendas, pertineat, et ad preſſe et accurate cogitandi et ratiocinandi habitum in primis conferat; quod non tantum in ſtudiis mathematicis, ſed in cæteris etiam diſciplinis, et pleriſque vitæ inſtitutis, perutile eſt.

Edinburgi, in Ædib. Acad.
9° Maii, 1763.

PRO-

PROPOSITIONUM GEOMETRICARUM

LIBER PRIMUS.

PROP. I. *Fig.* 1. 2.

I*N recta linea* AB *ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et biſariam ſecetur* AB *in* E; *erit rectangulum* DCE *æquale rectangulo* ACB.

Factum jam ſit; et ſit CF normalis rectæ BC, et ipſi æqualis; jungantur B, F; et ducatur EG parallela rectæ BF; occurratque rectæ CF in G; jungantur AF, DF, AG, DG; occurratque AG rectæ BF in H; et ducatur HK parallela rectæ AB, rectæ CF occurrens in K.

Quoniam eſt rectangulum DCE æquale rectangulo ACB, et eſt rectangulum DCE duplum trianguli DCG; æqualis enim eſt

CG ipſi CE, et etiam rectangulum ACB duplum trianguli ACF; erit triangulum DCG æquale triangulo ACF; et, dempto communi triangulo ACG, erit triangulum DAG æquale triangulo FAG; parallelæ igitur ſunt AG, DF; quare erit HF ad FB ut AD ad DB. Quoniam vero eſt AC ad HK ut AG ad GH, et eſt AG ad GH ut AE ad EB, [parallelæ enim ſunt rectæ BF, EG]; erit AC ad HK ut AE ad EB: eſt autem AE æqualis ipſi EB; eſt igitur AC ipſi HK æqualis; quare erit AC ad CB ut HK ad CB, hoc eſt, ut FH ad FB, hoc eſt, ut AD ad DB. Quod quidem verum eſt.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, et eſt AD ad DB ut HF ad FB, hoc eſt, ut HK ad CB, erit AC ad CB ut HK ad CB; æqualis igitur eſt AC ipſi HK; quare erit AG æqualis ipſi GH; et eſt AE æqualis ipſi EB; quare erit AG ad GH ut AE ad EB; parallelæ igitur ſunt EG, BF; eſt igitur GC ad CE ut FC ad CB; equalis autem eſt FC ipſi CB; quare erit GC æqualis ipſi CE. Quoniam vero parallelæ ſunt

AG,

AG, DF, erit triangulum ADG æquale triangulo AFG; et, addito communi triangulo ACG, erit triangulum DCG æquale triangulo ACF; quare erit duplum trianguli DCG æquale duplo trianguli ACF; eſt autem rectangulum DCG, hoc eſt, rectangulum DCE, duplum trianguli DCG; et eſt rectangulum ACF, hoc eſt, rectangulum ACB, duplum trianguli ACF; eſt igitur rectangulum DCE æquale rectangulo ACB. *Q. E. D.*

P R O P. II. *Fig.* 1. 2.

In recta linea AB *ſumantur duo puncta* C, D, *et ſit* AB *biſecta in* E, *ſitque rectangulum* DCE *æquale rectangulo* ACB; *erit* AC *ad* CB *ut* AD *ad* DB.

Factum jam ſit; et ſit CF normalis rectæ BC, et ipſi æqualis; et jungantur AF, BF, DF; et ducatur AG parallela rectæ DF; occurratque rectis CF, BF in G, H; ducatur HK parallela rectæ AB; occurratque rectæ CF in K; et jungantur DG, EG.

Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB,

et eſt AD ad DB ut HF ad FB, hoc eſt, ut HK ad CB, erit AC ad CB ut HK ad CB; æqualis igitur eſt AC ipſi HK; quare erit AG æqualis ipſi GH; eſt autem AE æqualis ipſi EB; quare erit AG ad GH ut AE ad EB; parallelæ igitur ſunt EG, BF; eſt igitur GC ad CE ut FC ad CB; æqualis autem eſt FC ipſi CB; quare erit GC æqualis ipſi CE. Quoniam vero parallelæ ſunt AG, DF, erit triangulum ADG æquale triangulo AFG, et, addito communi triangulo ACG, erit triangulum DCG æquale triangulo ACF; quare erit duplum trianguli DCG æquale duplo trianguli ACF; eſt autem rectangulum DCG, hoc eſt, rectangulum DCE, duplum trianguli DCG; et eſt rectangulum ACF, hoc eſt, rectangulum ACB, duplum trianguli ACF; eſt igitur rectangulum DCE æquale rectangulo ACB. *Q. E. D.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum DCE æquale rectangulo ACB, et eſt rectangulum DCE duplum trianguli DCG; æqualis enim eſt CG ipſi CE, et etiam rectangulum ACB duplum trianguli ACF; erit triangulum

lum DCG æquale triangulo ACF; et, dempto communi triangulo ACG, erit triangulum DAG æquale triangulo FAG; parallelæ igitur ſunt AG, DF; quare erit HF ad FB ut AD ad DB. Quoniam vero eſt AC ad HK ut AG ad GH, et eſt AG ad GH ut AE ad EB, parallelæ enim ſunt BF, EG, erit AC ad HK ut AE ad EB; eſt autem AE æqualis ipſi EB; eſt igitur AC æqualis ipſi HK; quare erit AC ad CB ut HK ad CB; hoc eſt, ut HF ad FB; hoc eſt, ut AD ad DB. *Q. E. D.*

PROP. III. *Fig.* 3. 4.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit* DE *normalis diametro* AB, *per punctum* C *ducatur quævis recta* CE, *rectæ* DE *occurrens in* E, *et circulo in* F, G; *erit* FC *ad* CG *ut* FE *ad* EG.

Factum jam ſit; et ſit H centrum circuli; biſecta ſit FG in K; et jungantur H, K.

Quoniam eſt FC ad CG ut FE ad EG, et eſt FG biſecta in K, erit [1. h.] rectangulum

gulum ECK æquale rectangulo FCG. Quoniam vero eſt FG biſecta in K, et eſt H centrum circuli, rectus erit angulus CKH; rectus autem eſt angulus CDE; in circulo igitur ſunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum ECK æquale rectangulo DCH; et eſt rectangulum FCG æquale rectangulo ACB; quare erit rectangulum DCH æquale rectangulo ACB. Quoniam vero in recta AB ſumuntur duo puncta CD, et eſt AB biſecta in H, et rectangulum DCH æquale rectangulo ACB, erit [2. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, et eſt AB biſecta in H, erit [1. h.] rectangulum DCH æquale rectangulo ACB; hoc eſt, rectangulo FCG. Quoniam vero eſt H centrum circuli, et eſt FG biſecta in K, rectus erit angulus CKH; rectus autem eſt angulus CDE; in circulo igitur ſunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum ECK æquale rectangulo DCH; hoc eſt, rectangulo FCG. Quoniam in recta FG ſumuntur duo puncta C, E, et eſt FG biſecta in K, et eſt rectangulum ECK æquale rectangulo

gulo FCG, erit [2. h.] FC ad CG ut FE ad EG. *Q. E. D.*

PROP. IV. *Fig.* 3. 4.

Sit recta DE *normalis* AB *diametro circuli, et ipſi occurrat in* D, *et ſit quævis recta* CE *rectis* AB, DE *occurrens in* C, E, *et circulo in* F, G, *ſitque ut* FC *ad* CG *ita* FE *ad* EG; *erit* AC *ad* CB *ut* AD *ad* DB.

Factum jam ſit; et ſit H centrum circuli; biſecta ſit FG in K; et jungantur H, K.

Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, et eſt AB biſecta in H, erit [1. h.] rectangulum DCH æquale rectangulo ACB; hoc eſt, rectangulo FCG: quoniam vero eſt H centrum circuli, et eſt FG biſecta in K, rectus erit angulus CKH; rectus autem eſt angulus CDE; in circulo igitur ſunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum ECK æquale rectangulo DCH; hoc eſt, rectangulo FCG. Quoniam in recta FG ſumuntur duo puncta C, E, et eſt FG biſecta in K, et rectangulum ECK æquale rectangulo FCG,

FCG, erit [2. h.] FC ad CG ut FE ad EG. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt FC ad CG ut FE ad EG, et eſt FG biſecta in K, erit [1. h.] rectangulum ECK æquale rectangulo FCG; hoc eſt, rectangulo ACB. Quoniam vero eſt H centrum circuli, et eſt FG biſecta in K, rectus erit angulus CKH; rectus autem eſt angulus CDE; in circulo igitur ſunt puncta E, D, H, K; quare erit rectangulum DCH æquale rectangulo ECK; hoc eſt, rectangulo ACB. Quoniam vero in AB ſumuntur duo puncta C, D, et eſt AB biſecta in H, et rectangulum DCH æquale rectangulo ACB, erit [2. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. E. D.*

PROP. V. *Fig.* 5. 6.

Sit triangulum ABC, *et bifariam ſecetur* BC *in* D, *et ducatur* AE *parallela rectæ* BC, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* AB, AC, AE *occurrens in* F, G, H; *erit* GD *ad* DF *ut* GH *ad* HF.

Factum

Factum jam ſit. Quoniam eſt GD ad DF ut GH ad HF, erit, alternando, GD ad GH ut DF ad FH; eſt autem DG ad GH ut DC ad AH; et eſt DF ad FH ut BD ad AH; quare erit DC ad AH ut BD ad AH; æquales igitur ſunt BD, DC; quare erit BC biſecta in D. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt BC biſecta in D, erit DC æqualis ipſi BD; quare erit DC ad AH ut BD ad AH; eſt autem DC ad AH ut DG ad GH; et eſt BD ad AH ut DF ad FH; quare erit DG ad GH ut DF ad FH; et, alternando, erit GD ad DF ut GH ad HF. *Q. E. D.*

PROP. VI. *Fig.* 7. 8.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque* AC *ad* CB *ut* AD *ad* DB, *per punctum* D *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* E, F, *et* CE, CF *jungantur; erit* EC *ad* CF *ut* ED *ad* DF.

Factum jam ſit. Ducatur CG normalis rectæ AC, rectæ EF occurrens in G; et du-

cantur EH, FK normales rectæ AB, ipſi occurrentes in H, K; ducantur etiam EL, FM parallelæ rectæ DC, rectæ CG occurrentes in L, M.

Quoniam eſt EC ad CF ut ED ad DF, et eſt ED ad DF ut EH ad FK, erit EC ad CF ut EH ad FK; recti autem ſunt anguli CHE, CKF; æquiangula igitur ſunt triangula CHE, CKF; quare erit CH ad CK ut EH ad FK; eſt autem CH ad CK ut EL ad FM, hoc eſt, ut EG ad GF, et EH ad FK ut ED ad DF; quare erit EG ad GF ut ED ad DF. Quod quidem [3. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [3. h.] EG ad GF ut ED ad DF, et eſt EG ad GF ut EL ad FM, hoc eſt, ut HC ad CK, et ED ad DF ut EH ad FK; quare erit CH ad CK ut EH ad FK; æquiangula igitur ſunt triangula CHE, CKF; quare erit EC ad CF ut EH ad FK; eſt autem EH ad FK ut ED ad DF; quare erit EC ad CF ut ED ad DF. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. VII. *Fig.* 9. 10.

Sit triangulum ABC, *et bifariam ſecetur* BC *in* D, *et ducatur* AE *parallela rectæ* BC, *per punctum* D *ducatur* DE *normalis rectæ* AE, *ipſi occurrens in* E, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* AB, AC *occurrens in* F, G, *et jungantur* EF, EG; *erit* EF *ad* EG *ut* FD *ad* DG.

Factum jam ſit. Ducantur FK, GL parallelæ rectæ ED, rectæ AE occurrentes in K, L; ducantur etiam GM, FN parallelæ rectæ AE, rectæ DE occurrentes in M, N; et occurrat FG rectæ AE in H.

Quoniam eſt EF ad EG ut FD ad DG, et eſt FD ad DG ut FN ad GM, erit EF ad EG ut FN ad GM; æquiangula igitur ſunt triangula ENF, EMG; quare erit EN ad EM ut FN ad GM; eſt autem EN ad EM ut FK ad GL, hoc eſt, ut FH ad HG, et eſt FN ad GM ut FD ad DG; quare erit FH ad HG ut FD ad DG. Quod quidem [5. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [5. h.] FH ad HG ut

FD ad DG, et eſt FH ad HG ut FK ad GL, hoc eſt, ut EN ad EM, et FD ad DG ut FN ad GM, erit EN ad EM ut FN ad GM; æquiangula igitur ſunt triangula ENF, EMG; quare erit EF ad EG ut FN ad GM; eſt autem FN ad GM ut FD ad DG; quare erit EF ad EG ut FD at DG. *Q. E. D.*

PROP. VIII. *Fig.* 11. 12.

Sit recta linea AB, *et in ipſa ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducantur* AE, BF *normales rectæ* AB, *per punctum* C *ducatur quævis recta, rectis* AE, BF *occurrens in*, G, H, *et* DG, DH *jungantur*; *erit* DG *ad* DH *ut* GC *ad* CH.

Factum jam ſit. Quoniam eſt GD ad DH ut GC ad CH, et eſt GC ad CH ut AG ad BH, erit DG ad DH ut GA ad BH; æquiangula igitur ſunt triangula GAD, DBH; quare erit GA ad BH ut AD ad DB; eſt autem GA ad BH ut AC ad CB; eſt igitur AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt AC ad

ad CB ut AD ad DB, et eſt GA ad BH ut AC ad CB, erit GA ad BH ut AD ad DB; æquiangula igitur ſunt triangula GAD, DBH; quare erit GD ad DH ut GA ad BH; eſt autem GA ad BH ut GC ad CH; quare erit GD ad DH ut GC ad CH. *Q. E. D.*

PROP. IX. *Fig.* 13. 14.

In AB *diametro circuli ſumatur quodvis punctum* C, *et ducatur* CDE *circulo occurrens in* D, E, *et ſit* DF *normalis diametro* AB, *ipſi occurrens in* F, *et circulo in* G, *et jungantur* EG, *occurratque* AB *in* H; *erit* AC *ad* CB *ut* AH *ad* HB.

Factum jam ſit. Et ſit K centrum circuli; et jungantur G, K, circulo occurrens in L, et jungantur D, L; quoniam eſt AC ad CB ut AH ad HB, et eſt AB biſecta in K, erit [1. h.] rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, hoc eſt, rectangulo GHE; in circulo igitur ſunt puncta C, E, K, G; æqualis igitur eſt angulus HKG angulo DEG, hoc eſt,

eſt, angulo DLG; parallelæ igitur ſunt rectæ DL, AK; quare erit angulus GFK æqualis angulo GDL; rectus autem eſt angulus GDL; rectus igitur eſt angulus GFK; quare erit recta DF normalis diametro AB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt DF normalis diametro AB, rectus erit angulus GFK; rectus autum eſt angulus GDL; parallelæ igitur ſunt rectæ AK, DL; æqualis igitur eſt angulus HKG angulo DLG, hoc eſt, angulo DEG; in circulo igitur ſunt puncta C, E, K, G; quare erit rectangulum CHK æquale rectangulo GHE, hoc eſt, rectangulo AHB. Quoniam vero in recta AB ſumuntur duo puncta C, H, et eſt AB biſecta in K, et eſt rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, erit [2. h.] AC ad CB ut AH ad HB. *Q. E. D.*

PROP. X. *Fig.* 13. 14.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, H, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AH *ad* HB,

HB, *et a punctis* C, H, *inflectantur* CE, HE *ad punctum quodvis* E *in circulo, occurrentes circulo in* D, G; *erit juncta* DG *normalis diametro* AB.

Factum jam ſit. Et ſit K centrum circuli; et jungantur G, K, circulo occurrens in L; jungantur D, L; occurratque DG rectæ AB in F.

Quoniam eſt DG normalis diametro AB, rectus erit angulus GFK; rectus autem eſt angulus GDL; parallelæ igitur ſunt AK, DL; quare erit angulus GKH æqualis angulo GLD, hoc eſt, angulo GED; in circulo igitur ſunt puncta C, E, K, G; erit igitur rectangulum CHK æquale rectangulo EHG, hoc eſt, rectangulo AHB. Quoniam vero in recta AB ſumuntur duo puncta C, H, et eſt AB biſecta in K, et eſt rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, erit [2. h.] AC ad CB ut AH ad HB. *Q.Q.V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AH ad HB, et eſt AB biſecta in K, erit [1. h.] rectangulum CHK æquale rectangulo AHB, hoc

hoc eſt, rectangulo EHG; in circulo igitur ſunt puncta C, E, K, G; quare erit angulus GKH æqualis angulo GED, hoc eſt, angulo GLD; parallelæ igitur ſunt AK, DL; quare erit angulus GFK æqualis angulo GDL; rectus autem eſt angulus GDL; rectus igitur eſt angulus GFK; quare erit DG normalis rectæ AB. *Q. E. D.*

PROP. XI. *Fig.* 15. 16.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et a punctis* C, D, *inflectantur* CE, DE *ad punctum quodvis* E *in circulo, occurrentes circulo in* F, G; *erit* EC *ad* CF *ut* ED *ad* DG.

Factum jam ſit. Ducatur FH parallela diametro AB, rectæ DE occurrens in H; occurratque juncta FG diamentro AB in K.

Quoniam eſt EC ad CF ut ED ad DG, et eſt EC ad CF ut ED ad DH, erit ED ad DH ut ED ad DG; æquales igitur ſunt DH, DG; quare æquales ſunt FK, KG; eſt igitur

tur FG normalis diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] FG normalis diametro AB; quare æquales ſunt FK, KG; æquales igitur ſunt DH, DG; eſt igitur ED ad DH ut ED ad DG; eſt autem EC ad CF ut ED ad DH; quare erit EC ad CF ut ED ad DG. *Q. E. D.*

PROP. XII. *Fig.* 17. 18.

Si in AB *diametro circuli ſumatur punctum* C, *et ducatur* CD, *circulo occurrens in* D, E *punctis, a puncto vero* D *ducatur* DF *normalis rectæ* CD, *occurratque diametro* AB *in puncto* F, *et circulo in* G; *erit* DC *ad* CE *ut* DF *ad* FG.

Factum jam ſit. A puncto E ducatur EH parallela diametro AB; occurratque rectæ DF in H et circulo in K; jungantur G, K; occurratque diametro AB in L.

Quoniam eſt DC ad CE ut DF ad FG, et eſt DC ad CE ut DF ad FH, erit DF ad

FG ut DF ad FH; æquales igitur ſunt FH, FG; quare KL, LG inter ſe æquales ſunt; rectus igitur eſt angulus GLA; quare angulus GKE rectus erit; rectus igitur eſt angulus CDG. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam rectus eſt angulus CDG, rectus erit angulus GKE; rectus igitur eſt angulus GLA; quare KL, LG inter ſe æquales ſunt; æquales igitur ſunt FH, FG; eſt igitur DF ad FH ut DF ad FG; eſt autem DC ad CE ut DF ad FH; eſt igitur DC ad CE ut DF ad FG. *Q. E. D.*

PROP. XIII. *Fig.* 19. 20.

Si in AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et per* E *centrum circuli ducatur* EF *normalis diametro* AB, *et per punctum* C *ducatur recta* CF *rectæ* EF *occurrens in* F, *per punctum* D *ducatur quævis recta* DG, *circulo occurrens in* G, H *punctis, et a puncto* G *ducatur* GK, *ad eaſdem partes rectæ*

rectæ DG *ad quas pa*
punctum F, *et ſit an*
angulo CFE, *occurratq*
et rectæ CF *in* M; *e*
GD *ad* DH.

Factum jam ſit. Jung
ratque circulo in N; et j
Quoniam eſt GM ad M
et eſt [11. h.] GD ad D
erit GM ad ML ut GC
igitur ſunt rectæ LN, CN
eſt AC ad CB ut AD ac
NH normalis diametro A
tur ſunt rectæ NH, EF;
HNL æqualis angulo CF
gulus HNL æqualis a
DGK; eſt igitur angulu
gulo CFE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic
ctis. Quoniam eſt an
HGL, æqualis angulo C
LNH æqualis angulo H
LNH æqualis angulo CF
eſt AC ad CB ut AD ac
NH normalis diametro A

tur ſunt NH, EF; eſt autem angulus LNH æqualis angulo CFE; parallelæ igitur ſunt rectæ LN, CM; quare erit GM ad ML ut GC ad CN; et eſt [11. h.] GC ad CN ut GD ad DH; eſt igitur GM ad ML ut GD ad DH. *Q. E. D.*

PROP. XIV. *Fig.* 21.

In AB *diametro circuli ſumatur punctum* C *extra circulum, et ducatur* CD *normalis diametro* AB, *ſitque quævis recta* EF, *circulo occurrens in* E, F, *et rectæ* CD *in* D; *erit rectangulum* EDF *æquale rectangulo* ACB, *ſimul cum quadrato ex* CD.

Factum jam ſit. Ducatur DG, circulum contingens in G; ſit H centrum circuli; et jungantur HD, HG.

Quoniam eſt rectangulum EDF æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CD, et eſt rectangulum EDF æquale quadrato ex DG, erit quadratum ex DG æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CD; addatur quadratum ex HG vel HA

utriſque,

utriſque, et erit ſumma quadratorum ex DG, GH, æqualis rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex AH, ſimul cum quadrato ex CD; eſt autem ſumma quadratorum ex DG, GH, æqualis quadrato ex DH; rectus enim eſt angulus DGH, quoniam contingit GD circulum in G; et eſt rectangulum ACB, ſimul cum quadrato ex AH, æquale quadrato ex CH; quare erit quadratum ex DH equale ſummæ quadratorum ex CH, CD; rectus igitur eſt angulus DCH. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam rectus eſt angulus DCH, erit quadratum ex DH æquale ſummæ quadratorum ex DC, CH; eſt autem quadratum ex DH æquale ſummæ quadratorum ex DG, GH; quare erit ſumma quadratorum ex DG, GH, æqualis ſummæ quadratorum ex CH, CD; et, ablato quadrato ex GH, vel AH, ex utriſque, erit quadratum ex DG, hoc eſt, rectangulum EDF, æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CD. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XV. *Fig.* 22.

In AB *diametro circuli ſumatur punctum* C *extra circulum, et ſit* CD *ipſi normalis, ſitque quadratum ex* CD *æquale rectangulo* ACB, *et in* CD *ſumatur punctum* E, *ut ſit* CE *æqualis ipſi* CD, *ſit quævis recta circulo occurrens in* F, G, *et rectæ* CD *in* H; *erit duplum rectanguli* FHG *æquale ſummæ quadratorum ex* HD, HE.

Factum jam ſit. Quoniam eſt duplum rectanguli FHG æquale ſummæ quadratorum ex HD, HE, et eſt ſumma quadratorum ex HD, HE, æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CD, CH, erit rectangulum FHG æquale ſummæ quadratorum ex CD, CH; eſt autem [14. h.] rectangulum FHG æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CH; quare erit ſumma quadratorum ex CD, CH, æqualis rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CH; eſt igitur quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur

Componetur autem ſic. Quoniam eſt rectangulum ACB æquale quadrato ex CD, erit rectangulum ACB, ſimul cum quadrato ex CH, æquale ſummæ quadratorum ex CD, CH; eſt autem rectangulum FHG æquale [14. h.] rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CH; quare erit rectangulum FHG æquale ſummæ quadratorum ex CD, CH; erit igitur duplum rectanguli FHG æquale duplo ſummæ quadratorum ex CD, CH; et quoniam eſt duplum ſummæ quadratorum ex CD, CH, æquale ſummæ quadratorum ex HD, HE, erit duplum rectanguli FHG æquale ſummæ quadratorum ex HD, HE. *Q. E. D.*

PROP. XVI. *Fig.* 23. 24.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *et ſit punctum* C *extra circulum, ſitque quadratum ex* CD *æquale rectangulo* ACB, *et ſit* CG *normalis rectæ* AC; *per punctum* D *ducatur quævis recta circulo occurrens in* E, F, *et rectæ* CG *in* G, *erit quadratum ex* GD *æquale rectangulo* EGF.

Factum

Factum jam ſit. Quoniam eſt quadratum ex GD æquale rectangulo EGF, et eſt quadratum ex GD æquale quadratis ex CD, CG ſimul, et rectangulum EGF æquale [14. h.] rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG, erit quadratum ex DC, ſimul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG; quare erit quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, erit quadratum ex CD, ſimul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG; eſt autem quadratum ex DC, ſimul cum quadrato ex CG, æquale quadrato ex DG, et eſt [14. h.] rectangulum ACB, ſimul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo EGF; eſt igitur quadratum ex DG æquale rectangulo EGF. *Q. E. D.*

PROP. XVII. *Fig.* 23. 24.

Sit recta CG *normalis* AB *diametro circuli, et ipſi*

ipſi occurrat in puncta C *extra circulum, et ſit quævis recta circulo occurrens in* E, F, *et rectis* AB, CG *in* D, G, *ſitque quadratum ex* GD *æquale rectangulo* EGF; *erit quadratum ex* CD *æquale rectangulo* ACB.

Factum jam ſit. Quoniam eſt quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, erit quadratum ex CD, ſimul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG; eſt autem quadratum ex GD æquale quadrato ex CD, ſimul cum quadrato ex CG; et eſt [14. h.] rectangulum EGF æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG; quare erit quadratum ex GD æquale rectangulo EGF. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt quadratum ex GD æquale rectangulo EGF, et eſt quadratum ex GD æquale quadrato ex CD, ſimul cum quadrato ex CG, et etiam rectangulum EGF æquale [14. h.] rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG, erit quadratum ex CD, ſimul cum quadrato ex CG, æquale rectangulo ACB, ſimul cum

quadrato ex CG; eſt igitur quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. *Q. E. D.*

PROP. XVIII. *Fig.* 25. 26.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *et ſit punctum* C *extra circulum, ſitque quadratum ex* CD *æquale rectangulo* ACB, *et per punctum* D *ducatur quævis recta circulo occurrens in* E, F, *et ſint* EG, FH *normales diametro* AB, *ipſi occurrentes in* G, H; *erit rectangulum* GCH *æquale quadrato ex* CD.

Factum jam ſit. Ducatur CK normalis rectæ CD, occurrens rectæ EF in K; et ducatur EL, FM, parallelæ rectæ CD, occurrentes rectæ CK in L, M punctis.

Quoniam eſt rectangulum GCH æquale quadrato ex CD, erit CH ad CD ut CD ad CG, hoc eſt, erit FM ad CD ut CD ad EL; eſt autem FM ad CD ut KF ad KD, et eſt CD ad EL ut KD ad KE; quare erit KF ad KD ut KD ad KE; eſt igitur quadratum ex KD æquale rectangulo EKF;

quare

quare erit [17. h.] quadratum ex CD æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt quadratum ex CD æquale rectangulo ACB, erit [16. h.] quadratum ex KD æquale rectangulo EKF; quare erit KF ad KD ut KD ad KE; eſt autem FM ad CD ut KF ad KD, et eſt CD ad EL ut KD ad KE; quare erit FM ad CD ut CD ad EL, hoc eſt, erit CH ad CD ut CD ad CG; eſt igitur rectangulum GCH æquale quadrato ex CD. *Q. E. D.*

PROP. XIX. *Fig.* 27.

In AB *diametro circuli producta ſumatur punctum* C, *et ducatur* CD, *circulum contingens in* D, *et ſit* DE *normalis diametro* AB, *ipſi occurrens in* E; *erit* AC *ad* CB *ut* AE *ad* EB.

Factum jam ſit. Et ſit F centrum circuli; jungantur F, D. Quoniam eſt AC ad CB ut AE ad EB, et eſt AB biſecta in F, erit [1. h.] rectangulum CEF æquale re-

 ctangulo

ctangulo AEB; et addito quadrato ex EF utriſque, erit rectangulum CFE æquale quadrato ex AF, hoc eſt, quadrato ex DF; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; æquiangula igitur ſunt triangula CDF, DFE; et erit angulus CDF æqualis angulo DEF; rectus autem eſt angulus DEF; rectus igitur eſt angulus CDF; quare contingit CD circulum in D. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam contingit CD circulum in D, rectus erit angulus CDF; rectus autem eſt angulus DEF; æquiangula igitur ſunt triangula CDF, DFE; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; eſt igitur rectangulum CFE æquale quadrato ex FD, hoc eſt, quadrato ex AF; et, dempto quadrato ex EF ex utriſque, erit rectangulum CEF æquale rectangulo AEB; et eſt AB biſecta in F; quare erit [2. h.] AC ad CB ut AE ad EB. *Q. E. D.*

PROP. XX. *Fig.* 27.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, E,

C, E, ſitque ut AC *ad* CB *ita* AE *ad* EB, *et ſit* ED *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* D; *continget juncta* CD *circulum in* D.

Factum jam ſit. Et ſit F centrum circuli; jungantur FD. Quoniam contingit CD circulum in D, rectus erit angulus CDF; rectus autem eſt angulus DEF; æquiangula igitur ſunt triangula CDF, DEF; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; æquale igitur eſt rectangulum CFE quadrato ex FD, hoc eſt, quadrato ex AF; et, dempto quadrato ex EF ex utriſque, erit rectangulum CEF æquale rectangulo AEB; eſt autem AB biſecta in F; quare erit [2. h.] AC ad CB ut AE ad EB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AE ad EB, et eſt AB biſecta in F, erit [1. h.] rectangulum CEF æquale rectangulo AEB; et, addito quadrato ex EF utriſque, erit rectangulum CFE æquale quadrato ex AF, hoc eſt, quadrato ex DF; quare erit CF ad FD ut FD ad FE; æquiangula igitur ſunt triangula CDF, DFE; et erit angulus CDF

CDF æqualis angulo DEF; rectus autem eſt angulus DEF; rectus igitur eſt angulus CDF; quare contingit CD circulum in D. *Q. E. D.*

PROP. XXI. *Fig.* 27.

In AB *diametro circuli producta ſumatur punctum* C, *et ducatur* CD, *circulum contingens in* D, *et in* AB *ſumatur punctum* E, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AE *ad* EB; *erit juncta* DE *normalis diametro* AB.

Factum jam ſit. Et ſit F centrum circuli; et jungantur FD.

Quoniam eſt DE normalis diametro AB, rectus erit angulus DEC; rectus autem eſt angulus CDF, quoniam contingit CD circulum in D; æquiangula igitur ſunt triangula DCE, DCF; quare erit FC ad CD ut CD ad CE; æquale igitur eſt rectangulum FCE quadrato ex CD, hoc eſt, rectangulo ACB; eſt igitur [2. h.] AC ad CB ut AE ad EB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis.

ctis. Quoniam eſt AC ad CB ut AE ad EB, erit [1. h.] rectangulum FCE æquale rectangulo ACB, hoc eſt, quadrato ex CD; quare erit FC ad CD ut CD ad CE; æquiangula igitur ſunt triangula DCE, DCF; et erit angulus DEC æqualis angulo CDF; rectus autem eſt angulus CDF, quoniam contingit CD circulum in D; quare rectus erit angulus DEC; normalis igitur eſt DE diametro AB. *Q. E. D.*

P R O P. XXII. *Fig.* 28.

Sit recta AB *circulo occurrens in* A, B, *et ſit* C *punctum in circumferentia circuli, jungantur* C, B, *et ducatur* CD *ad punctum quodvis* D *in circulo, rectæ* AB *occurrens in* E, *et ducatur* DF *parallela rectæ* BC, *rectæ* AB *occurrens in* F; *erit rectangulum* AEF *æquale quadrato ex* DE.

Factum jam ſit. Jungantur DA, DB. Quoniam eſt rectangulum AEF æquale quadrato ex DE, erit AE ad ED ut ED ad EF; æquiangula igitur ſunt triangula FED, AED;

AED; et erit angulus EDF æqualis angulo EAD, hoc eſt, angulo ECB; eſt igitur recta DF parallela rectæ CB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt recta DF parallela rectæ BC, erit angulus EDF æqualis angulo ECB, hoc eſt, angulo EAD; æquiangula igitur ſunt triangula FED, AED, [ob communem angulum FED]; quare erit AE ad ED ut ED ad EF; eſt igitur rectangulum AEF æquale quadrato ex DE. *Q. E. D.*

PROP. XXIII. *Fig.* 29.

Sit triangulum ABC *circulo inſcriptum, et ſit* CA *æqualis ipſi* CB, *ſitque rectangulum* CBD *æquale quadrato ex* AB, *et ducatur* AE *ad punctum quodvis* E *in circulo, rectæ* CB *occurrens in* F, *ducatur* EG *parallela rectæ* AB, *rectæ* CB *occurrens in* G; *erit rectangulum* CFG *ad quadratum ex* BF *ut* CG *ad* BD.

Factum jam ſit. Jungantur EB, EC. Quoniam eſt rectangulum CFG ad quadratum

tum ex BF ut CG ad BD, hoc eſt, ut rectangulum BCG ad rectangulum CBD, et eſt [22. h.] rectangulum CFG æquale quadrato ex EF, et rectangulum CBD æquale quadrato ex AB, erit quadratum ex EF ad quadratum ex FB ut rectangulum BCG ad quadratum ex AB; et, alternando, erit quadratum ex EF ad rectangulum BCG ut quadratum ex FB ad quadratum ex BA, hoc eſt, ut quadratum ex FE ad quadratum ex EC; quare erit rectangulum BCG æquale quadrato ex EC; eſt igitur BC ad CE ut CE ad CG; æquiangula igitur ſunt triangula BCE, CGE, [ob communem angulum BCE], et erit angulus CEB æqualis angulo CGE; quare erit angulus CAB æqualis angulo EGB, hoc eſt, angulo ABC; æqualis igitur eſt CA ipſi CB. Quod quidem ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt CA æqualis ipſi CB, erit angulus CAB æqualis angulo ABC, hoc eſt, angulo BGE; quare erit angulus CEB æqualis angulo CGE; erit igitur BC ad CE ut CE ad CG; quare erit rectangulum BCG æquale quadrato ex CE; eſt igi-

tur quadratum ex EF ad rectangulum BCG ut quadratum ex EF ad quadratum ex EC, hoc eſt, ut quadratum ex FB ad quadratum ex BA; eſt autem [22. h.] quadratum ex EF æquale rectangulo CFG, et eſt quadratum ex BA æquale rectangulo CBD; quare erit rectangulum CFG ad rectangulum BCG ut quadratum ex FB ad rectangulum CBD; et, alternando, erit rectangulum CFG ad quadratum ex FB ut rectangulum BCG ad rectangulum CBD, hoc eſt, ut CG ad BD. *Q. E. D.*

PROP. XXIV. *Fig.* 30. 31.

Sit triangulum ABC *circulo inſcriptum, et ſit* AB *æqualis ipſi* AC, *a puncta* A *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* D, *et recta* BC *in* E; *erit rectangulum* DAE *æquale quadrato ex* AB.

Factum jam ſit. Jungantur B,D. Quoniam eſt rectangulum DAE æquale quadrato ex AB, erit DA ad AB ut AB ad AE; æquiangula igitur ſunt triangula ABE, ABD;

ABD; quare erit angulus ABC æqualis angulo EDB, hoc eſt, angulo ACB; æqualis igitur eſt AB ipſi AC. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AB æqualis ipſi AC, erit angulus ABC æqualis angulo ACB, hoc eſt, angulo EDB; æquiangula igitur ſunt triangula BAD, BAE; quare erit DA ad AB ut AB ad AE; eſt igitur rectangulum DAE æquale quadrato ex AB. *Q. E. D.*

PROP. XXV. *Fig.* 32. 33.

Sit triangulum ADC *circulo inſcriptum, et ſit* AD *æqualis ipſi* AC, *ſint* BA, BC, *circulum contingentes in* A, C, *a punctis* A, B, *inflectantur* AE, BE, *ad punctum quodvis* E *in circulo, rectæ* CD *occurrentes in* F, G; *erit rectangulum* DCG *æquale quadrato ex* CF.

Factum jam ſit. Quoniam eſt rectangulum DCG æquale quadrato ex CF, erit DC ad CF ut CF ad CG; quare erit CD ad DF ut CF ad FG; eſt igitur rectangulum ex

DC, FG æquale rectangulo DFC, hoc eſt, rectangulo AFE; quare erit AF ad CD ut GF ad FE. Quoniam eſt AD æqualis ipſi AC, et etiam BA æqualis ipſi BC, et eſt angulus BAC æqualis angulo ADC, hoc eſt, angulo ACD, parallelæ ſunt AB, DC, et erit triangulum BAC triangulo ACD æquiangulum; quare erit DC ad CA ut CA ad AB; quoniam vero eſt AF ad CD ut GF ad FE, hoc eſt, ut AB ad AE, et eſt CD ad AC ut AC ad AB, erit AF ad AC ut AC ad AE; quare erit rectangulum EAF æquale quadrato ex AC. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt rectangulum EAF æquale quadrato ex AC, erit AF ad AC ut AC ad AB. Quoniam eſt AD æqualis ipſi AC, et etiam BA æqualis ipſi BC, et eſt angulus BAC æqualis angulo ADC, hoc eſt, angulo ACD, parallelæ ſunt AB, DC, et erit triangulum ACD, triangulo ABC æquiangulum; quare erit AC ad CD ut BA ad AC. Quoniam vero eſt AF ad AC ut AC ad AE, et eſt AC ad CD ut BA ad AC, erit AF ad CD ut BA ad AE, hoc eſt, ut GF ad FE; eſt igitur rectangulum ex DC, FG æquale rectangulo

AFE,

AFE, hoc eſt, rectangulo
rit CD ad DF ut CF ad F
ad CF ut CF ad CG; æq
ctangulum DCG quadrato

PROP. XXVI.

Sit ABC *triangulum circu*
AB *æqualis ipſi* AC, *du*
rectæ BC, *et ſumatur qu*
AD, *ſitque rectangulum*
æquale quadrato ex AC
A, D, *inflectantur* AE,
quodvis E *in circulo, r*
in F, G; *erit rectangu*
P *æquale rectangulo* BF

Factum jam ſit. Quo
lum ex FG et recta P
BFC, et eſt rectangulum
ctangulo AFE, erit rect
recta P æquale rectangulo
AF ad rectam P ut GF a
DA ad AE; quare erit
æquale rectangulo ex A

autem rectangulum EAF æquale [22. h.] quadrato ex AB vel AC; quare erit rectangulum ex AD et recta P æquale quadrato ex AB vel AC. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt rectangulum ex AD et recta P æquale quadrato ex AB vel AC, et eſt [22. h.] rectangulum EAF æquale quadrato ex AB vel AC, erit rectangulum EAF æquale rectangulo ex AD et recta P; quare erit AF ad rectam P ut AD ad AE, et eſt AD ad AE ut GF ad FE; quare erit AF ad rectam P ut GF ad FE; eſt igitur rectangulum ex FG et recta P æquale rectangulo AFE, hoc eſt, rectangulo BFC. *Q. E. D.*

PROP. XXVII. *Fig.* 36. 37.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* D *intra circulum, et ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *circulo occurrens in* E, F, *et per punctum* C *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* G, H, *et rectæ* DF *in* K, *et contingat* GL *circulum*

lum in G, *occurratque* DE *in* L, *erit rectangulum* LDK *æquale quadrato ex* DE.

Factum jam ſit. Jungantur D, H, occurratque circulo in M; et jungantur G,M. Quoniam eſt rectangulum LDK æquale quadrato ex DE, dempto quadrato ex DK ex utriſque, erit rectangulum LKD æquale rectangulo EKF, hoc eſt, rectangulo GKH; in circulo igitur ſunt puncta L, G, D, H; æqualis igitur eſt angulus HDK angulo KGL, hoc eſt, angulo GMH; quare erit GM parallela rectæ ED; normalis igitur eſt GM diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GM normalis diametro AB; quare erit GM parallela rectæ ED; æqualis igitur eſt angulus HDK angulo GMH, hoc eſt, angulo KGL; in circulo igitur ſunt puncta L, G, D, H; quare erit rectangulum LKD æquale rectangulo GKH, hoc eſt, rectangulo EKF, et, addito quadrato ex KD utriſque, erit rectangulum LDK æquale quadrato ex DE. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XXVIII. *Fig.* 38. 39.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* D *extra circulum, et ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *et per punctum* C *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* G, H, *et rectæ* DE *in* K, *et contingat* GL *circulum in* G, *occurratque* DE *in* L; *erit rectangulum* LDK *æquale rectangulo* ADB.

Factum jam ſit. Jungantur D, H, occurratque circulo in M; et jungantur G,M. Quoniam eſt rectangulum LDK æquale rectangulo ADB, erit rectangulum LDK, ſimul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo ADB, ſimul cum quadrato ex KD; eſt autem rectangulum LDK, ſimul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo LKD; et eſt rectangulum ADB, ſimul cum quadrato ex KD, æquale [14. h.] rectangulo GKH; quare erit rectangulum LKD æquale rectangulo GKH; in circulo igitur ſunt

puncta

puncta L, G, D, H; æqualis igitur eſt angulus HDK angulo KGL, hoc eſt, angulo GMH; quare erit GM parallela rectæ ED; normalis igitur eſt GM diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GM normalis diametro AB; quare erit GM parallela rectæ ED; æqualis igitur eſt angulus HDK angulo GMH, hoc eſt, angulo KGL; in circulo igitur ſunt puncta L, G, D, H; quare erit rectangulum LKD æquale rectangulo GKH; eſt autem rectangulum LKD æquale rectangulo LDK, ſimul cum quadrato ex KD, et eſt rectangulum GKH æquale [14. h.] rectangulo ADB, ſimul cum quadrato ex KD; quare erit rectangulum LDK, ſimul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo ADB, ſimul cum quadrato ex KD; eſt igitur rectangulum LDK æquale rectangulo ADB. *Q. E. D.*

PROP. XXIX. *Fig.* 40. 41.

Sit AB *diameter circuli, et* CD *ipſi normalis, ipſi occurrens in* C, *et a punctis* A, B *inflectantur* AE, BE *ad punctum quodvis* E *in circulo, rectæ* CD *occurrentes in* F, G; *erit rectangulum* GCF *æquale rectangulo* ACB.

Factum jam ſit. Quoniam eſt rectangulum GCF æquale rectangulo ACB, erit GC ad CB ut AC ad CF; et ſunt anguli GCB, ACF recti; quare erit angulus CGB æqualis angulo CAF; in circulo igitur ſunt puncta E, G, C, A; æqualis igitur eſt angulus FEG angulo ACF; rectus autem eſt angulus ACF; rectus igitur eſt angulus FEG; quare erit AB diameter circuli. *Q. Q. V.*

Componetur autem ita. Quoniam eſt AB diameter circuli, rectus erit angulus FEG; rectus autem eſt angulus ACF; in circulo igitur ſunt puncta E, G, C, A; quare erit angulus CGB æqualis angulo CAF; et ſunt anguli GCB, ACF recti;

ćti; æquiangula igitur ſunt triangula GCB, ACF, et erit GC ad CB ut AC ad CF; eſt igitur rećtangulum GCF æquale rećtangulo ACB. *Q. E. D.*

PROP. XXX. *Fig.* 42. 43.

In AB *diametro circuli ſumantur duo punćta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punćtum* D *intra circulum, et ducatur* DE *normalis rećtæ* AB, *circulo occurrens in* E, F, *et per punćtum* C *ducatur quævis rećta circulo occurrens in* G, H, *et a punćtis* G, H, *infleċtantur* GK, HK, *ad punćtum quodvis* K *in circulo, occurrentes rećtæ* DE *in* L, M; *erit rećtangulum* LDM *æquale quadrato ex* DE.

Fačtum jam ſit. Jungantur D,H; occurratque circulo in N; et jungantur G,N.

Quoniam eſt rećtangulum LDM æquale quadrato ex DE, et eſt rećtangulum LDM æquale rećtangulo LMD, ſimul cum quadrato ex MD, et quadratum ex DE æquale rećtangulo EMF, ſimul cum quadrato

ex MD, erit rectangulum LMD, ſimul cum quadrato ex DM, æquale rectangulo EMF, ſimul cum quadrato MD; quare erit rectangulum LMD æquale rectangulo EMF, hoc eſt, rectangulo KMH; in circulo igitur ſunt puncta L, K, D, H; æqualis igitur eſt angulus HDM angulo LKM, hoc eſt, angulo GNH; quare erit GN parallela rectæ ED; normalis igitur eſt GN diametro AB; quare erit [9. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, erit [10. h.] GN normalis diametro AB; quare erit GN parallela rectæ ED; æqualis igitur eſt angulus HDM angulo GNH, hoc eſt, angulo LKM; in circulo igitur ſunt puncta L, K, D, H; æquale igitur eſt rectangulum LMD rectangulo KMH, hoc eſt, rectangulo EMF; quare erit rectangulum LMD, ſimul cum quadrato ex DM, æquale rectangulo EMF, ſimul cum quadrato ex DM; eſt autem rectangulum LMD, ſimul cum quadrato ex DM, æquale rectangulo LDM, et eſt rectangulum EMF, ſimul cum quadrato ex DM, æquale quadrato ex DE; eſt igitur rectangulum

gulum LDM æquale quadrato ex DE. *Q. E. D.*

PROP. XXXI. *Fig.* 44. 45.

Sit AB *diameter circuli, et ſit* CD *ipſi normalis, circulo occurrens in* C, D, *et ſit* E *centrum circuli, a punctis* C, D, *inflectantur* CF, DF, *ad punctum quodvis* F *in circulo, diametro* AB *occurrens in* G,H; *erit rectangulum* GEH *æquale quadrato ex* AE.

Factum jam ſit. Jungantur D, E, circulo occurrens in K, et jungantur C, K.

Quoniam eſt rectangulum GEH æquale quadrato ex AE, et eſt rectangulum GEH æquale rectangulo GHE, ſimul cum quadrato ex HE, et quadratum ex AE æquale rectangulo AHB, ſimul cum quadrato ex HE, erit rectangulum GHE, ſimul cum quadrato ex HE, æquale rectangulo AHB, ſimul cum quadrato ex HE; quare erit rectangulum GHE æquale rectangulo AHB, hoc eſt, rectangulo DHF; in circulo igitur ſunt puncta D, E, F, G; quare erit angulus DEH æqualis angulo

DFG,

DFG, hoc eſt, angulo DKC; parallelæ igitur ſunt CK, EH; normalis autem eſt DC rectæ CK; normalis igitur eſt CD rectæ AB. Quod quidem ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt CD normalis diametro AB, et etiam CD normalis rectæ CK, parallelæ ſunt CK, EH; quare erit angulus DEH æqualis angulo DKC, hoc eſt, angulo DFG; in circulo igitur ſunt puncta D, E, F, G; quare erit rectangulum GHE æquale rectangulo DHF, hoc eſt, rectangulo AHB; erit rectangulum GHE, ſimul cum quadrato ex HE, æquale rectangulo AHB, ſimul cum quadrato ex HE; eſt autem rectangulum GHE, ſimul cum quadrato ex HE, æquale rectangulo GEH, et eſt rectangulum AHB, ſimul cum quadrato ex HE, æquale quadrato ex AE; eſt igitur rectangulum GEH æquale quadrato ex AE. *Q. E. D.*

PROP. XXXII. *Fig.* 46. 47.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* D *extra circulum, et ducatur* DE

DE *normalis rectæ* BD, *per punctum* C *ducatur quavis recta circulo occurrens in* F, G, *et a punctis* F, G, *inflectantur* FH, GH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, rectæ* DE *occurrentes in* K, L; *erit rectangulum* KDL *æquale rectangulo* ADB.

1. Quando juncta DF circulum contingit in puncto F.

Factum jam ſit. Quoniam eſt rectangulum KDL æquale rectangulo ADB, erit rectangulum DKL æquale rectangulo ADB, ſimul cum quadrato ex DK, hoc eſt [14.h.], rectangulo FKH; quare erit DK ad KF ut KH ad KL; æquiangula igitur ſunt triangula DKF, HKL; et erit angulus KDF æqualis angulo KHL, hoc eſt, angulo DFG; parallelæ igitur ſunt rectæ FG, DE; normalis autem eſt DE rectæ BD; normalis igitur eſt FG diametro AB; et quoniam DF circulum contingit in F, erit [19. h.] AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, et contingit DF circulum in F, erit [21. h.] FG normalis diametro AB; parallelæ igitur ſunt FG, DE;

DE; quare erit angulus KDF æqualis angulo DFG, hoc eſt, angulo KHL; æquiangula igitur ſunt triangula DKF, HKL; quare erit DK ad KF ut KH ad KL; æquale igitur eſt rectangulum DKL rectangulo FKH, hoc eſt [14. h.], rectangulo ADB, ſimul cum quadrato ex DK; eſt igitur rectangulum KDL æquale rectangulo ADB. *Q. E. D.*

2. Quando juncta DF circulo occurrat.

Factum jam ſit. Occurrat DF circulo in M; et jungantur G,M.

Quoniam eſt rectangulum KDL æquale rectangulo ADB, erit rectangulum KDL, ſimul cum quadrato ex KD, æquale rectangulo ADB, ſimul cum quadrato ex KD; eſt autem rectangulum KDL, ſimul cum quadrato ex DK, æquale rectangulo DKL, et eſt rectangulum ADB, ſimul cum quadrato ex DK, æquale [14. h.] rectangulo FKH; quare erit rectangulum DKL æquale rectangulo FKH; in circulo igitur ſunt puncta D, L, H, F; quare erit angulus KDF æqualis angulo KHL, hoc eſt, angulo DMG; parallelæ igitur ſunt rectæ DE, GM; normalis autem eſt DE diametro

tro AB; normalis igitu
AB; quare erit [9. h.
ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſi
ctis. Quoniam eſt AC
DB, erit [10. h.] GM
AB; eſt autem DE nor
parallelæ igitur ſunt recta
erit angulus KDF æqua
hoc eſt, angulo KHL; i
puncta, D, L, H, F; q
lum DKL æquale rectan
tem rectangulum DKL
KDL, ſimul cum quadr
rectangulum FKH æqua
gulo ADB, ſimul cum
quare erit rectangulum
quadrato ex DK, æquale
ſimul cum quadrato ex I
ctangulum KDL æqual
Q. E. D.

PROP. XXXIII

In AB *diametro circuli ſi*

G

et ſit CD *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* D, N, *in* CD *ſumantur duo puncta* E, F, *ad eaſdem partes puncti* C *ad quas eſt punctum* D, *ſitque rectangulum* ECF *æquale quadrato ex* CD, *et a punctis* E, F, *inflectantur* EG, FG, *ad punctum quodvis* G *in circulo, occurrentes circulo in* H, K *punctis, occurratque juncta* HK *diametro* AB *in* L; *erit* AL *ad* LB *ut* AC *ad* CB.

Factum jam ſit. Occurratque juncta CK circulo in M; et jungantur H, M.

Quoniam eſt AL ad LB ut AC ad CB, erit [10. h.] HM normalis diametro AB; parallelæ igitur ſunt rectæ DC, HM; quare erit angulus FCK æqualis angulo KMH, hoc eſt, angulo EGF; in circulo igitur ſunt puncta E, G, C, K; quare erit rectangulum EFC æquale rectangulo GFK, hoc eſt, rectangulo DFN, et, addito quadrato ex CF utriſque, erit rectangulum ECF æquale quadrato ex CD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum ECF æquale quadrato ex CD, dempto quadrato ex CF ex utriſque, erit rectangulum EFC æquale

rectangulo

rectangulo DFN, hoc eſt, rectangulo GFK; in circulo igitur ſunt puncta E, G, C, K; quare erit angulus FCK equalis angulo EGF, hoc eſt, angulo KMH; parallelæ igitur ſunt rectæ DC, HM; quare erit HM normalis diametro AB; erit igitur [9. h.] AL ad LB ut AC ad CB. *Q. E. D.*

PROP. XXXIV. *Fig.* 50. 51.

In AB *diametro circuli producta ſumatur punctum* C, *et ſit* CD *normalis rectæ* AB, *et in* CD *ſumantur duo puncta* E, F, *ad diverſas partes puncti* C, *ſitque rectangulum* ECF *æquale rectangulo* ACB, *et a punctis* E, F, *inflectantur* EG, FG, *ad punctum quodvis* G *in circulo, occurrentes circulo in* H, K, *occurratque juncta* HK *diametro* AB *in* L; *erit* AL *ad* LB *ut* AC *ad* CB.

1. Quando juncta CH circulum contingit in puncto H.

Factum jam ſit. Quoniam eſt AL ad LB ut AC ad CB, et contingit CH circulum in H, erit [21. h.] HL normalis diametro

AB; parallelæ igitur ſunt rectæ EF, HK; quare erit angulus ECH æqualis angulo CHK, hoc eſt, angulo HGK; in circulo igitur ſunt puncta C, H, G, F; quare erit rectangulum CEF æquale rectangulo HEG, hoc eſt [14. h.], quadrato ex CE, ſimul cum rectangulo ACB; et, dempto quadrato ex CE utriſque, erit rectangulum ECF æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt rectangulum ECF æquale rectangulo ACB, erit rectangulum CEF æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CE; eſt autem [14. h.] rectangulum HEG æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CE; eſt igitur rectangulum CEF æquale rectangulo HEG; quare in circulo ſunt puncta C, H, G, F; erit igitur angulus ECH æqualis angulo HGK, hoc eſt, angulo CHK; parallelæ igitur ſunt rectæ EF, HK; normalis autem eſt EF rectæ AB; normalis igitur eſt HK diametro AB; et quoniam CH circulum contingit in H, erit [19. h.] AL ad LB ut AC ad CB. *Q. E. D.*

2. Quando juncta CH circulo occurrat.

Factum

Factum jam ſit. Occurrat CH circulo in M; et jungantur M, K.

Quoniam eſt AL ad LB ut AC ad CB, et a punctis C, L, inflectantur CH, LH, ad punctum H in circulo, ipſi occurrentes in M, K, erit [10. h.] juncta MK normalis diametro AB; parallelæ igitur ſunt rectæ EF, MK; quare erit angulus ECH æqualis angulo CMK, hoc eſt, angulo HGK; in circulo igitur ſunt puncta C, H, G, F; quare erit rectangulum CEF æquale rectangulo HEG, hoc eſt [14. h.], quadrato ex CE, ſimul cum rectangulo ACB; et, dempto quadrato ex CE utriſque, erit rectangulum ECF æquale rectangulo ACB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum ECF æquale rectangulo ACB, erit rectangulum CEF æquale quadrato ex CE, ſimul cum rectangulo ACB, hoc eſt [14. h.], rectangulo HEG; in circulo igitur ſunt puncta C, H, G, F; quare erit angulus ECH equalis angulo HGK, hoc eſt, angulo CMK; parallelæ igitur ſunt rectæ EF, MK; normalis autem eſt EF rectæ AB; normalis igitur eſt MK

MK diametro AB; quare erit [9. h.] AL ad LB ut AC ad CB. *Q. E. D.*

PROP. XXXV. *Fig.* 52. 53.

Sit A *punctum extra circulum* BCD, *et ducatur* AB, *circulum contingens in* B, *et ſit quævis recta* AE *æqualis rectæ* AB, *per punctum* A *ducatur recta* ACD *circulo occurrens in* C, D, *et jungantur* EC, ED, *circulo occurrentes in* F, G; *erit juncta* FG *parallela rectæ* AE.

Factum jam ſit. Quoniam eſt FG parallela rectæ AE, erit angulus AEC æqualis angulo EFG, hoc eſt, angulo ADE; quare, ob communem angulum DAE, æquiangulum erit triangulum DAE triangulo CAE; quare erit DA ad AE ut AE ad AC; eſt igitur quadratum ex AE æquale rectangulo CAD, hoc eſt, quadrato ex AB; æqualis igitur eſt recta AE rectæ AB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt recta AE æqualis rectæ AB, erit quadratum ex AE æquale quadrato ex AB, hoc eſt, rectangulo

ctangulo CAD; quare erit DA ad AE ut AE ad AC; quare, ob communem angulum DAE, æquiangulum erit triangulum DAE triangulo CAE; æqualis igitur eſt angulus AEC angulo ADE, hoc eſt angulo EFG; eſt igitur recta FG parallela rectæ AE. *Q. E. D.*

PROP. XXXVI. *Fig.* 54. 55.

Contingat recta AB *circulum* BCD *in puncto* B, *et ſumantur in* AB *duo puncta* E, F, *ad eaſdem partes puncti* A, *ſitque rectangulum* EAF *æquale quadrato ex* AB, *per punctum* A *ducatur recta* ACD, *circulo occurrens in* C, D, *et jungantur* EC, FD, *circulo occurrentes in* G, H: *erit juncta* GH *parallela rectæ* AB.

Factum jam ſit. Quoniam eſt GH parallela rectæ AB, erit angulus AEC æqualis angulo EGH, hoc eſt, angulo ADH; quare, ob communem angulum DAE, erit triangulum DAF triangulo AEC æquiangulum; quare erit DA ad AF ut AE ad AC; eſt

eſt igitur rectangulum EAF æquale rectangulo CAD, hoc eſt, quadrato ex AB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, hoc eſt, rectangulo CAD, erit DA ad AF ut AE ad AC; quare, ob communem angulum DAE, erit triangulum DAF triangulo AEC æquiangulum; et erit angulus AEC æqualis angulo ADF, hoc eſt, angulo EGH; eſt igitur recta GH parallela rectæ AB. *Q. E. D.*

PROP. XXXVII. *Fig.* 56. 57.

Contingat recta AB *circulum* BCD *in puncto* B, *et ſit quævis recta* AE, *et in* AE *ſumantur duo puncta* E, F, *ad eaſdem partes puncti* A, *ſitque rectangulum* EAF *æquale quadrato ex* AB, *et per punctum* A *ducatur recta circulo occurrens in* C, D, *et* EC, FD *jungantur, circulo occurrentes in* G, H; *erit juncta* GH *parallela rectæ* AE.

Factum jam ſit. Quoniam eſt GH parallela

rallela rectæ AE, erit angulus CC
lis angulo CEF ; quare erit angu
æqualis angulo ADF, et, ob co
angulum DAF, erit triangulum D
gulo CAE æquiangulum ; quare e
AE ut AF ad AC ; eſt igitur rec
EAF æquale rectangulo CAD, hoc
drato ex AB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quo
rectangulum EAF æquale quadrat
hoc eſt, rectangulo CAD, erit D
ut AF ad AC ; quare, ob commu
gulum DAF, erit triangulum D
gulo CAE æquiangulum ; et erit
AEC æqualis angulo ADF, hoc e
lo EGH ; eſt igitur recta GH par
ctæ AE. *Q. E. D.*

PROP. XXXVIII. *Fi*

Sit punctum A *intra circulum* BCD,
tur AB, *circulo occurrens in* B,
ſumantur duo puncta F, G, *ad*
partes puncti A, *ſitque rectangul*
æquale rectangulo BAE, *per p*

H

ducatur quævis recta circulo occurrens in C, D, *et* FC, GD *jungantur, circulo occurrentes in* H, K; *erit juncta* HK *parallela rectæ* AB.

Factum jam ſit. Quoniam eſt HK parallela rectæ AB, erit angulus AFC æqualis angulo CHK, hoc eſt, angulo ADG; in circulo igitur ſunt puncta C, F, D, G; quare erit rectangulum FAG æquale rectangulo CAD, hoc eſt, rectangulo BAE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt rectangulum FAG æquale rectangulo BAE, hoc eſt, rectangulo CAD, in circulo ſunt puncta C, F, D, G; quare erit angulus AFC æqualis angulo ADG, hoc eſt, angulo CHK; eſt igitur HK parallela rectæ AB. *Q. E. D.*

PROP. XXXIX. *Fig.* 59.

Sit recta linea AB *extra circulum* CDE, *et a punctis* A, B, *ducantur* AC, BD, *circulum contingentes in* C, D, *ſitque quadratum ex*

ex AB *æquale ſummæ quadratorum ex* AC, BD, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* E, F, *et* BE, BF *jungantur, circulo occurrentes in* G, H, *in recta ſunt puncta* A, G, H.

Factum jam ſit. In AB ſumatur punctum K, ad eaſdem partes puncti A ad quas eſt punctum B; ſitque rectangulum BAK æquale quadrato ex AC.

Quoniam in recta ſunt puncta A, G, H, erit angulus AFH æqualis angulo AGE; et quoniam rectangulum BAK æquale eſt quadrato ex AC, hoc eſt, rectangulo FAE, in circulo ſunt puncta E, K, B, F; quare erit angulus AKE æqualis angulo AFH, hoc eſt, angulo AGE; in circulo igitur ſunt puncta A, E, G, K; quare erit rectangulum ABK æquale rectangulo EBG, hoc eſt, quadrato ex BD. Quoniam vero eſt rectangulum BAK æquale quadrato ex AC, et rectangulum ABK æquale quadrato ex BD, erit rectangulum BAK, ſimul cum rectangulo ABK, æquale ſummæ quadratorum ex AC, BD; eſt autem rectangulum BAK, ſimul cum rectangulo ABK, æquale

quadrato ex AB; quare erit quadratum ex AB æquale ſummæ quadratorum ex AC, BD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt quadratum ex AB æquale ſummæ quadratorum ex AC, BD, et eſt rectangulum BAK æquale quadrato ex AC, erit rectangulum ABK æquale quadrato ex BD, hoc eſt, rectangulo EBG; in circulo igitur ſunt puncta A, E, G, K; quare erit angulus AGE æqualis angulo AKE. Quoniam vero eſt rectangulum BAK æquale quadrato ex AC, hoc eſt, rectangulo FAE, in circulo ſunt puncta E, K, B, F; æqualis igitur eſt angulus AFH angulo AKE, hoc eſt, angulo AGE; et, addito angulo EGH utriſque, erit angulus AFH, ſimul cum angulo EGH, æqualis angulo AGE, ſimul cum angulo EGH; æquales autem ſunt anguli AFH, EGH duobus rectis; æquales igitur ſunt anguli AGE, EGH duobus rectis; in recta igitur ſunt puncta A, G, H. *Q. E. D.*

PROP. XL. *Fig.* 60.

Sit recta linea AB *circulo occurrens in* C, D, *punctis, et ſit punctum* A *extra circulum, punctum*

[redacted]

CBD; eſt igitur rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, ſimul cum rectangulo CBD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, ſimul cum rectangulo CBD, et eſt rectangulum EAF æquale rectangulo CAD, erit rectangulum EAF æquale quadrato ex AB, ſimul cum rectangulo CBD. Quoniam parallelæ ſunt GK, BL, erit angulus GBL æqualis angulo KGE, hoc eſt, angulo KFE, vel LFE; in circulo igitur ſunt puncta B, E, F, L; quare erit rectangulum BAL æquale rectangulo EAF, hoc eſt, rectangulo CAD; eſt autem rectangulum BAL æquale quadrato ex AB, ſimul cum rectangulo ABL, et eſt rectangulum CAD æquale quadrato ex AB, ſimul cum rectangulo CBD; eſt igitur quadratum ex AB, ſimul cum rectangulo ABL, æquale quadrato ex AB, ſimul cum rectangulo CBD; quare erit rectangulum ABL æquale rectangulo CBD, hoc eſt, rectangulo FBH; in circulo igitur ſunt puncta A, H, L, F; quare erit angulus AHB æqualis angulo FLB; eſt autem angulus GHB æqualis

qualis angulo FEB; quare erit angulus AHB, ſimul cum angulo GHB, æqualis angulo FLB, ſimul cum angulo FEB; æquales autem ſunt anguli FLB, FEB duobus rectis, æquales igitur ſunt anguli AHB, GHB duobus rectis; in recta igitur ſunt puncta A, G, H. *Q. E. D.*

PROP. XLI. *Fig.* 61. 62.

Sit recta linea AB, *et a punctis* A, B, *ducantur* AC, BD, *circulum contingentes in* C, D, *in* AB *ſumatur punctum* E, *ad eaſdem partes puncti* A *ad quas eſt punctum* B, *ſitque rectangulum* BAE *æquale quadrato ex* AC, *et etiam in* AB *ſumatur punctum* F, *ad eaſdem partes puncti* B *ad quas eſt punctum* E, *ſitque rectangulum* EBF *æquale quadrato ex* BD, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* G, H, *et* BG, BH *jungantur, circulo occurrens in* K, L; *in recta ſunt puncta* L, K, F.

Factum jam ſit. Jungantur E, G, circulo

culo occurrens in M; et jungantur L, M, occurratque LM rectæ BG in N.

Quoniam in recta ſunt puncta L, K, F, et eſt rectangulum BAE æquale quadrato ex AC, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus BFK æqualis angulo KLN, hoc eſt, angulo EGB; in circulo igitur ſunt puncta E, F, G, K; quare erit rectangulum EBF æquale rectangulo GBK, hoc eſt, quadrato ex BD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum EBF æquale quadrato ex BD, hoc eſt, rectangulo GBK, in circulo ſunt puncta E, F, G, K; quare erit angulus BFK æqualis angulo EGB, hoc eſt, angulo NLK; et quoniam eſt rectangulum BAE æquale quadrato ex AC, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus FBK æqualis angulo KNL; et eſt angulus BFK æqualis angulo NLK; æqualis igitur eſt angulus BKF angulo NKL; quare in recta ſunt puncta L, K, F. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XLII. *Fig.* 63. 64.

Sit recta linea AB, *circulo occurrens in* C, D, *et ſit punctum* A *extra circulum, punctum vero* B *intra, in* AB *ſumatur punctum* E, *ad eaſdem partes puncti* A *ad quas eſt punctum* B, *ſitque rectangulum* BAE *æquale rectangulo* CAD, *et in* AB *ſumatur punctum* F, *ad diverſas partes puncti* B *ad quas eſt punctum* E; *ſitque rectangulum* EBF *æquale rectangulo* CBD, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* G, H, *et* BG, BH *jungantur, circulo occurrentes in* K, L; *in recta ſunt puncta* F, K, L.

Factum jam ſit. Jungantur E, G, circulo occurrens in M; et jungantur L, M; occurratque LM rectæ BG in N; et ducatur AO, circulum contingens in O.

Quoniam in recta ſunt puncta F, K, L, et eſt rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, hoc eſt, quadrato ex AO, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus BFK æqualis angu-

lo KLM, hoc eſt, angulo EGB; in circulo igitur ſunt puncta E, G, F, K; quare erit rectangulum EBF æquale rectangulo GBK, hoc eſt, rectangulo CBD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc eſt, rectangulo GBK, in circulo ſunt puncta E, G, F, K; quare erit angulus BFK æqualis angulo EGB, hoc eſt, angulo NLK; et quoniam eſt rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, hoc eſt, quadrato ex AO, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus FBK æqualis angulo KNL; et eſt angulus BFK æqualis angulo NLK; æqualis igitur eſt angulus BKF angulo NKL; quare in recta ſunt puncta F, K, L. *Q. E. D.*

PROP. XLIII. *Fig.* 65. 66.

Sit recta linea AB, *circulo occurrens in* C, D, *et ſit punctum* A *intra circulum, punctum vero* B *extra, et ſumatur in recta* AB *punctum* E, *ad diverſas partes puncti* A *ad quas eſt punctum* B, *ſitque rectangulum* BAE

BAE *æquale rectangulo*, CAD, *et in* AB *ſumatur punctum* F, *ad eaſdem partes puncti* B *ad quas eſt punctum* E, *ſitque rectangulum* EBF *æquale rectangulo* CBD, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* G, H, *et* BG, BH *jungantur*, *circulo occurrentes in* K, L; *in recta ſunt puncta* F, K, L.

Factum jam ſit. Jungantur E, G, circulo occurrens in M; et jungantur L, M; occurratque LM rectæ BG in N; et ducatur BO, circulum contingens in O.

Quoniam in recta ſunt puncta F, K, L, et eſt rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc eſt, quadrato ex BO, erit [37. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus ABH æqualis angulo MLH, hoc eſt, angulo AGE; in circulo igitur ſunt puncta H, B, G, E; quare erit rectangulum BAE æquale rectangulo GAH, hoc eſt, rectangulo CAD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, hoc eſt, rectangulo GAH, in circulo ſunt puncta H, B, G, E;

quare erit angulus ABH æqualis angulo AGE, hoc eſt, angulo MLH; parallelæ igitur ſunt rectæ LM, AB; quare erit angulus GEF æqualis angulo GML: quoniam eſt rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc eſt, rectangulo KBG, in circulo ſunt puncta K, G, F, E; quare erit angulus GKF æqualis angulo GEF, hoc eſt, angulo GML; in recta igitur ſunt puncta K, F, L. *Q. E. D.*

PROP. XLIV. *Fig.* 67. 68.

Sit recta linea AB, *circulo occurrens in* C, D, *et ſint puncta* A, B *intra circulum, in* AB *ſumatur punctum* E, *ad diverſas partes puncti* A *ad quas eſt punctum* B, *ſitque rectangulum* BAE *æquale rectangulo* CAD, *et in* AB *ſumatur punctum* F, *ad diverſas partes puncti* B *ad quas eſt punctum* A, *ſitque rectangulum* EBF *æquale rectangulo* CBD, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* G, H, *et* BG, BH *jungantur, circulo occurrentes in* K, L; *in recta ſunt puncta* F, K, L.

Factum jam ſit. Jungantur E, G, circulo occurrens in M; et jungantur L, M; occurratque LM rectæ BG in N.

Quoniam

Quoniam in recta ſunt puncta F, K, L, et eſt rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, erit [38. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus BFK æqualis angulo KLM, hoc eſt, angulo BGE; in circulo igitur ſunt puncta E, G, F, K; quare erit rectangulum EBF æquale rectangulo GBK, hoc eſt, rectangulo CBD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum EBF æquale rectangulo CBD, hoc eſt, rectangulo GBK, in circulo ſunt puncta E, G, F, K; quare erit angulus BFK æqualis angulo BGE, hoc eſt, angulo NLK; et quoniam eſt rectangulum BAE æquale rectangulo CAD, erit [38. h.] LM parallela rectæ AB; quare erit angulus FBK æqualis angulo KNL; et eſt angulus BFK æqualis angulo NLK; æqualis igitur eſt angulus BKF angulo NKL; quare in recta ſunt puncta F, K, L. *Q. E. D.*

PROP. XLV. *Fig.* 69. 70.

Circulo poſitione dato, et datis tribus punctis A,

A, B, C *in recta, et ſint puncta* A, B *extra circulum, ducantur* AD, BE, *circulum contingentes in* D, E, *in* AB *ſumatur punctum* F, *ad eaſdem partes puncti* A *ad quas eſt punctum* C, *ſitque rectangulum* CAF *æquale quadrato ex* AD, *et in* AB *ſumatur punctum* G, *ad eaſdem partes puncti* B *ad quas eſt punctum* F, *ſitque rectangulum* GBF *æquale quadrato ex* BE, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* H, K, *et* BH, CK *jungantur, circulo occurrentes in* L, M; *in recta ſunt puncta* L, M, G.

Factum jam ſit. Jungantur F, H, circulo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, G, et eſt rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, erit [37. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc eſt, angulo BHF; in circulo igitur ſunt puncta F, G, H, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc eſt, quadrato ex BE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis.

ctis. Quoniam eſt rectangulum GBF æquale quadrato ex BE, hoc eſt, rectangulo HBL, in circulo ſunt puncta F, G, H, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc eſt, angulo LMO; et quoniam eſt rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, hoc eſt, rectangulo HAK, erit [37. h.] NM parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM æqualis angulo LBG; et eſt angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur eſt angulus OLM angulo BLG; quare in recta ſunt puncta L, M, G. *Q. E. D.*

PROP. XLVI. *Fig.* 71. 72.

Circulo poſitione dato, et datis tribus punctis A, B, C *in recta, ſit punctum* A *extra circulum, punctum vero* B *intra, occurrat recta* AB *circulo in* P, Q, *et ducatur* AD, *circulum contingens in* D, *in* AB *ſumatur punctum* F, *ad eaſdem partes puncti* A *ad quas eſt punctum* C, *ſitque rectangulum* CAF *æquale quadrato ex* AD, *et in* AB *ſumatur punctum* G, *ad diverſas partes puncti* B *ad quas eſt punctum* F, *ſitque rectangulum*

ctangulum GBF *æquale rectangulo* PBQ, *per punctum* A *ducatur quævis recta circulo occurrens in* H, K, *et* BH, CK *jungantur, circulo occurrentes in* L,M; *in recta ſunt puncta* L, M, G.

Factum jam ſit. Jungantur F, H, circulo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, G, et eſt rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, erit [37. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc eſt, angulo BHF; in circulo igitur ſunt puncta F, G, H, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc eſt, rectangulo PBQ. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum GBF æquale rectangulo PBQ, hoc eſt, rectangulo HBL, in circulo ſunt puncta F, G, H, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc eſt, angulo LMO; et quoniam eſt rectangulum CAF æquale quadrato ex AD, hoc eſt, rectangulo HAK, erit [37. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus

LOM

OM æqualis angulo LBG, et eſt angulus MO æqualis angulo BGL; æqualis igitur ſt angulus OLM angulo BLG; quare in ecta ſunt puncta L, M, G. *Q. E. D.*

P R O P. XLVII. *Fig.* 73. 74.

Circulo poſitione dato, et datis tribus punctis A, B, C, *in recta, et ſit punctum* A *intra circulum, punctum vero* B *extra, occurrat* AB *circulo in* P, Q, *et ducatur* BD, *circulum contingens in* D, *in* AB *ſumatur punctum* F, *ad diverſas partes puncti* A *ad quas eſt punctum* C, *ſitque rectangulum* CAF *æquale rectangulo* PAQ, *et in* AB *ſumatur punctum* G, *ad eaſdem partes puncti* B *ad quas eſt punctum* F, *ſitque rectangulum* FBG *æquale quadrato ex* BD, *per punctum* A *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* H, K, *et* BH, CK *jungantur, circulo occurrentes in* L, M; *in recta ſunt puncta* L, M, G.

Factum jam ſit. Jungantur F, H, cir-

culo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, G, et eſt rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, erit [38. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc eſt, angulo BHF; in circulo igitur ſunt puncta F, G, H, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc eſt, quadrato ex BD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum GBF æquale quadrato ex BD, hoc eſt, rectangulo HBL, in circulo ſunt puncta F, G, H, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc eſt, angulo LMO; et quoniam eſt rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, erit [38. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM æqualis angulo LBG; et eſt angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur eſt angulus OLM angulo BLG; quare in recta ſunt puncta L, M, G. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XLVIII. *Fig.* 75. 76.

Circulo poſitione dato, et datis tribus punctis A, B, C *in recta, et ſint puncta* A, B *intra circulum, occurrat* AB *circulo in* P, Q, *in* AB *ſumatur punctum* F, *ad diverſas partes puncti* A *ad quas eſt punctum* C, *ſitque rectangulum* CAF *æquale rectangulo* PAQ, *et in* AB *ſumatur punctum* G, *ad diverſas partes puncti* B *ad quas eſt punctum* F, *ſitque rectangulum* FBG *æquale rectangulo* PBQ, *per punctum* A *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* H, K, *et* BH, CK *jungantur, circulo occurrentes in* L, M; *in recta ſunt puncta* L, M, G.

Factum jam ſit. Jungantur F, H, circulo occurrens in N; et jungantur M, N; occurratque MN rectæ BH in O.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, G, et eſt rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, erit [38. h.] MN parallela rectæ

 AB;

AB; quare erit angulus BGL æqualis angulo LMO, hoc eſt, angulo BHF; in circulo igitur ſunt puncta F, H, G, L; quare erit rectangulum GBF æquale rectangulo HBL, hoc eſt, rectangulo PBQ. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum GBF æquale rectangulo PBQ, hoc eſt, rectangulo HBL, in circulo ſunt puncta F, H, G, L; quare erit angulus BGL æqualis angulo BHF, hoc eſt, angulo LMO: et quoniam eſt rectangulum CAF æquale rectangulo PAQ, hoc eſt, rectangulo HAK, erit [38. h.] MN parallela rectæ AB; quare erit angulus LOM æqualis angulo LBG; et eſt angulus LMO æqualis angulo BGL; æqualis igitur eſt angulus OLM angulo BLG; quare in recta ſunt puncta L, M, G. *Q. E. D.*

PROP. XLIX. *Fig.* 77.

Sit triangulum ABC, *et in* BC *ſumantur duo puncta* D, E, *ſit punctum* D *in* BC *producta, punctum vero* E *inter* B, C, *ſitque rectangulum* CDB *æquale quadrato ex* DE, *per punctum* D *ducatur quævis recta,*

rectis



rectis AB, AC *occurrens in* F, G, *et* EF, EG *jungantur*, *rectis* AC, AB *occurrentes in* H, K; *erit juncta* HK *parallela rectæ* BC.

Factum jam ſit. Ducatur FL parallela rectæ BC, rectis AC, GE occurrens in L,M; et ducatur GN parallela rectæ BC, rectis AB, FE occurrens in N, O.

Quoniam eſt recta HK parallela rectæ BC, hoc eſt, parallela rectis FL, GN, erit LH ad HG ut MK ad KG; eſt autem LF ad GO ut LH ad HG; et eſt FM ad GN ut MK ad KG; quare erit LF ad GO ut FM ad GN; et, alternando, erit LF ad FM ut OG ad GN: quoniam eſt recta BC parallela rectis FL, GN, erit CD ad DE ut LF ad FM, et ED ad DB ut OG ad GN; quare erit CD ad DE ut DE ad DB; eſt igitur rectangulum CDB æquale quadrato ex DE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum CDB æquale quadrato ex DE, erit CD ad DE ut DE ad DB: et quoniam eſt recta BC parallela rectis FL, GN, erit LF ad FM ut CD ad DE, et OG ad GN ut ED ad DB; quare erit

erit LF ad FM ut OG ad GN; et, alternando, erit LF ad GO ut FM ad GN: eſt autem LH ad HG ut LF ad GO, et MK ad KG ut FM ad GN; quare erit LH ad HG ut MK ad KG; eſt igitur recta HK parallela rectæ LM, hoc eſt, rectæ BC. *Q. E. D.*

PROP. L. *Fig.* 78.

Sint duæ rectæ BF, CG *parallelæ, et occurrat recta* BC *rectis* BF, CG, *in* B, C, *et in* BC *ſumantur duo puncta* D, E, *ſit punctum* D *in* BC *producta, punctum vero* E *inter* B, C, *ſitque rectangulum* CDB *æquale quadrato ex* DE, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* BF, CG *occurrens in* F, G, *et* EF, EG *jungantur, rectis* CG, BF *occurrentes in* H, K; *erit juncta* HK *parallela rectæ* BC.

Factum jam ſit. Ducatur FL parallela rectæ BC, rectis CG, GE occurrens in L, M; et ducatur GN parallela rectæ BC, rectis BF, FE occurrens in N, O. Quoniam eſt recta HK

HK parallela rectæ BC, hoc eſt, parallela rectis FL, GN, erit LH ad HG ut MK ad KG; eſt autem LF ad GO ut LH ad HG; et eſt FM ad GN ut MK ad KG; quare erit LF ad GO ut FM ad GN; et, alternando, erit LF ad FM ut OG ad GN: quoniam eſt recta BC parallela rectis FL, GN, erit CD ad DE ut LF ad FM, et ED ad DB ut OG ad GN; quare erit CD ad DE ut DE ad DB; eſt igitur rectangulum CDB æquale quadrato ex DE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum CDB æquale quadrato ex DE, erit CD ad DE ut DE ad DB; et quoniam eſt recta BC parallela rectis FL, GN, erit LF ad FM ut CD ad DE, et OG ad GN ut ED ad DB; quare erit LF ad FM ut OG ad GN; et, alternando, erit LF ad GO ut FM ad GN; eſt autem LH ad HG ut LF ad GO, et MK ad KG ut FM ad GN; quare erit LH ad HG ut MK ad KG; eſt igitur recta HK parallela rectæ LM, hoc eſt, rectæ BC. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. LI. *Fig.* 79.

Sit triangulum ABC, *et ſit* D *punctum in* BC *producta, in* BC *ſumantur duo puncta* E, F, *ad eaſdem partes puncti* D *ad quas ſunt puncta* B, C, *ſitque rectangulum* CDB *æquale rectangulo* FDE, *per punctum* D *ducatur quavis recta, rectis* AB, AC *occurrens in* G, H, *et* FG, EH *jungantur, rectis* AC, AB *occurrentes in* L, K; *erit juncta* KL *parallela rectæ* BC.

Factum jam ſit. Ducatur GM parallela rectæ BC, rectis CH, HE occurrens in M, N; et ducatur HO parallela rectæ BC, rectis BG, GF occurrens in O, P.

Quoniam eſt recta KL parallela rectæ BC, hoc eſt, parallela rectis GM, HO, erit ML ad LH ut NK ad KH; eſt autem GM ad HP ut ML ad LH; et eſt GN ad HO ut NK ad KH; quare erit GM ad HP ut GN ad HO; et, alternando, erit MG ad GN ut PH ad HO: quoniam eſt recta BC parallela rectis GM, HO, erit CD ad DE ut MG

MG ad GN, et DF ad DB ut PH ad HO; quare erit CD ad DE ut DF ad DB; eſt igitur rectangulum CDB æquale rectangulo FDE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum CDB æquale rectangulo FDE, erit CD ad DE ut DF ad DB: quoniam eſt recta BC parallela rectis GM, HO, erit MG ad GN ut CD ad DE, et PH ad HO ut DF ad DB; quare erit MG ad GN ut PH ad HO; et, alternando, erit MG ad PH ut GN ad HO; eſt autem ML ad LH ut MG ad PH; et eſt NK ad KH ut GN ad HO; quare erit ML ad LH ut NK ad KH; eſt igitur recta LK parallela rectæ GM, hoc eſt, parallela rectæ BC. *Q. E. D.*

PROP. LII. *Fig.* 80.

Sint duæ rectæ BG, CH, *parallelæ, et occurrat recta* BC *rectis* BG, CH *in* B, C, *et in* BC *producta ſumatur punctum* D, *in* BC *ſumantur duo puncta* E, F, *ad eaſdem partes puncti* D *ad quas ſunt puncta* B, C, *ſit-*

que rectangulum FDE *æquale rectangulo* CDB, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* BG, CH *occurrens in* G, H, *et* EH, FG *jungantur, rectis* BG, CH *occurrentes in* K, L; *erit juncta* KL *parallela rectæ* BC.

Factum jam ſit. Ducatur GM parallela rectæ BC, rectis CH, HE occurrens in M, N; et ducatur HO parallela rectæ BC, rectis BG, GF occurrens in O, P.

Quoniam eſt recta KL parallela rectæ BC, hoc eſt, parallela rectis GM, HO, erit ML ad LH ut NK ad KH; eſt autem GM ad HP ut ML ad LH; et eſt GN ad HO ut NK ad KH; quare erit GM ad HP ut GN ad HO; et, alternando, erit MG ad GN ut PH ad HO; quoniam eſt recta BC parallela rectis GM, HO, erit CD ad DE ut MG ad GN, et FD ad DB ut PH ad HO; quare erit CD ad DE ut DF ad DB; eſt igitur rectangulum CDB æquale rectangulo FDE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum CDB æquale rectangulo FDE, erit CD ad DE ut FD ad

DB;

DB: quoniam eſt recta BC parallela rectis GM, HO, erit MG ad GN ut CD ad DE, et PH ad HO ut FD ad DB; quare erit MG ad GN ut PH ad HO; et, alternando, erit MG ad PH ut GN ad HO; eſt autem ML ad LH ut MG ad PH; et eſt NK ad KH ut GN ad HO; quare erit ML ad LH ut NK ad KH; eſt igitur recta LK parallela rectæ GM, hoc eſt, parallela rectæ BC. *Q. E. D.*

PROP. LIII. *Fig.* 81. 82.

Sit triangulum ABC, *et in* BC *ſumantur duo puncta* D, E, *ſitque* CD *ad* DB *ut* CE *ad* EB, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* AB, AC *occurrens in* F, G; *et* EF, EG *jungantur, rectis* AC, AB *occurrentes in* H, K; *in recta ſunt puncta* H, K, D.

Ducatur FL parallela rectæ AC, rectis BC, KG, HK occurrens in L, M, N; ducatur BO parallela rectæ AC, rectæ KG occurrens in O, et rectis FD, FE in P, Q.

Quoniam in recta ſunt puncta H, K, D,

 erit

erit NL ad LF ut HC ad CG, hoc eſt, ut LF ad LM; quare erit NL ad LF ut NF ad FM: eſt autem HC ad CG ut NL ad LF, et HA ad AG ut NF ad FM; quare erit HC ad CG ut HA ad AG: eſt autem QB ad BO ut HC ad CG, et QB ad BP ut HA ad AG; quare erit QB ad BO ut QB ad BP; æquales igitur ſunt rectæ BP, BO; quare erit CG ad BP ut CG ad BO: eſt autem CD ad DB ut CG ad BP, et CE ad EB ut CG ad BO; quare erit CD ad DB ut CE ad EB. *Q. E. D.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt CD ad DB ut CE ad EB, et eſt CG ad BP ut CD ad DB, et CG ad BO ut CE ad EB, erit CG ad BP ut CG ad BO; æquales igitur ſunt rectæ BO, BP; quare erit QB ad BO ut QB ad BP: eſt autem HC ad CG ut QB ad BO, et QB ad BP ut HA ad AG; quare erit HC ad CG ut HA ad AG: eſt autem HA ad AG ut NF ad FM, et HC ad CG ut FL ad LM; quare erit NF ad FM ut FL ad LM; et, alternando, erit NF ad FL ut FM ad ML; quare erit NL ad LF ut LF ad LM, hoc eſt, ut CH ad CG; et, alternando, erit NL ad

CH

CH ut FL ad CG, hoc eſt, ut LD ad DC; in recta igitur ſunt puncta H, K, D. *Q. E. D.*

PROP. LIV. *Fig.* 83. 84.

Sint duæ rectæ BF, CG *parallelæ, et occurrat recta* BC *rectis* BF, CG *in* B, C, *in* BC *ſumantur duo puncta* D, E, *ſitque* CD *ad* DB *ut* CE *ad* EB, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* BF, CG *occurrens in* F, G, *et* EF, EG *jungantur, rectis* CG, BF *occurrentes in* H, K; *in recta ſunt puncta* H, K, D.

Factum jam ſit. Quoniam in recta ſunt puncta H, K, D, erit GH ad FK ut GD ad DF, hoc eſt, ut CD ad DB, et eſt GH ad FK ut CE ad EB, erit CD ad DB ut CE ad EB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Quoniam eſt CD ad DB ut CE ad EB, et eſt GD ad DF ut CD ad DB, et GH ad FK ut CE ad EB, erit GD ad DF ut GH ad FK; in recta igitur ſunt puncta H, K, D. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. LV. *Fig.* 85. 86.

Sint duæ rectæ AB, CD *parallelæ, et ipſarum termini* AC, BD *jungantur, ducatur quævis recta, rectis* AB, CD, AC, BD *occurrens in* E, F, G, H; *erit rectangulum* AEB *ad rectangulum* CFD *ut rectangulum* GEH *ad rectangulum* GFH.

Quoniam eſt rectangulum AEB ad rectangulum CF, EB ut AE ad CF, hoc eſt, ut GE ad GF, hoc eſt, ut rectangulum GEH ad rectangulum GF, EH, et eſt rectangulum CF, EB ad rectangulum CFD ut EB ad FD, hoc eſt, ut EH ad HF, hoc eſt, ut rectangulum GF, EH ad rectangulum GFH, erit, ex æquo, rectangulum AEB ad rectangulum CFD ut rectangulum GEH ad rectangulum GFH. *Q. E. D.*

PROP. LVI. *Fig.* 87. 88.

Sint duæ rectæ AB, CD, *et ipſarum termini*

AC,

AC, BD *jungantur, et etiam* AD, BC, *jungantur, per punctum quodvis* E *in* CD *ducatur recta parallela rectæ* AB, *rectis* AD, BC, AC, BD *occurrens in* F, G, H, K; *erit rectangulum* HEK *æquale rectangulo* FEG.

Occurrant AB, CD in L. Quoniam eſt HE ad EG ut AL ad LB, et eſt AL ad LB ut FE ad EK, erit HE ad EG ut FE ad EK; quare erit rectangulum HEK æquale rectangulo FEG. *Q. E. D.*

PROP. LVII. *Fig.* 89. 90.

Sit triangulum ABC, *et in* BC *ſit punctum quodvis* D, *in* BC *ſumantur puncta* E, F, *ſitque quadratum ex* DE *ad quadratum ex* DF *ut rectangulum* BEC *ad rectangulum* BFC, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* AB, AC *occurrens in* G, H, *et* EG, FH *jungantur, rectis* AC, AB *occurrentes in* K, L; *in recta ſunt puncta* K, L, D.

Factum jam ſit. Per punctum F ducatur parallela rectæ GK, rectis AB, AC, LK, GH occurrens in M, N, O, P.

Quoniam

Quoniam in recta ſunt puncta K, L, D, erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO: eſt autem rectangulum PFO æquale [56. h.] rectangulo MFN; quare erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, et eſt rectangulum MFN æquale [56. h.] rectangulo PFO, erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO: eſt autem quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut quadratum ex GE ad quadratum ex PF; eſt igitur quadratum ex GE ad quadratum ex PF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO; et, alternando, erit quadratum ex GE ad rectangulum GEK ut quadratum ex PF ad rectangulum PFO. Quoniam eſt quadratum ex GE ad rectangulum

gulum GEK ut GE ad EK, et quadratum ex PF ad rectangulum PFO ut PF ad FO, erit GE ad EK ut PF ad FO; et, alternando, erit GE ad PF ut EK ad FO; in recta igitur ſunt puncta K, L, D. *Q. E. D.*

PROP. LVIII. *Fig.* 91. 92.

Sint duæ rectæ BG, CH *parallelæ, et ſit quævis recta* BC, *rectis* BG, CH *occurrens in* B, C, *et in* BC *ſumatur punctum quodvis* D, *ſumantur etiam in* BC *puncta* E, F, *ſitque quadratum ex* DE *ad quadratum ex* DF *ut rectangulum* BEC *ad rectangulum* BFC, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* BG, CH *occurrens in* G, H, *et* EG, FH *jungantur, rectis* CH, BG *occurrentes in* K, L; *in recta ſunt puncta* K, L, D.

Factum jam ſit. Per punctum F ducatur parallela rectæ GK, rectis BG, CH, LK, GH occurrens in M, N, O, P.

Quoniam in recta ſunt puncta K, L, D, erit quadratum ex DE ad quadratum ex

DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO: eſt autem rectangulum PFO æquale [56. h.] rectangulo MFN; quare erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum BEC ad rectangulum BFC, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum GEK ad rectangulum MFN, et eſt rectangulum MFN æquale [56. h.] rectangulo PFO, erit quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO: eſt autem quadratum ex DE ad quadratum ex DF ut quadratum ex GE ad quadratum ex PF; eſt igitur quadratum ex GE ad quadratum ex PF ut rectangulum GEK ad rectangulum PFO; et, alternando, erit quadratum ex GE ad rectangulum GEK ut quadratum ex PF ad rectangulum PFO. Quoniam eſt quadratum ex GE ad rectangulum GEK ut GE ad EK, et quadratum ex PF ad rectangulum PFO ut PF ad FO, erit GE ad EK ut PF

PF ad FO; et, alternando, erit GE ad PF ut EK ad FO; in recta igitur ſunt puncta K, L, D. *Q. E. D.*

PROP. LIX. *Fig.* 93.

Sit ABC *triangulum, et in* BC *ſumantur puncta* D, E, F, G, *ſitque rectangulum* DGE *ad rectangulum* DFE *ut rectangulum* BGC *ad rectangulum* BFC, *per punctum* D *ducatur quavis recta, rectis* AB, AC *occurrens in* H, K, *et* GH, FK *jungantur, rectis* AC, AB *occurrentes in* L, M; *in recta ſunt puncta* L, M, E.

Factum jam ſit. Per punctum F ducatur FN parallela rectæ HL, rectis HK, LM, AB, AC occurrens in N, O, P, Q.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, E, erit EG ad GL ut EF ad FO: eſt autem rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO;

 et

et eſt rectangulum DGL ad rectangulum HGL ut DG ad GH, hoc eſt, ut DF ad FN, hoc eſt, ut rectangulum DFO ad rectangulum NFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO: eſt autem rectangulum NFO æquale [56. h.] rectangulo PFQ; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC. *Q. E. D.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, et eſt rectangulum PFQ [56. h.] æquale rectangulo NFO, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO:

eſt

eſt autem rectangulum HGL ad rectangulum DGL ut HG ad GD, hoc eſt, ut NF ad FD, hoc eſt, ut rectangulum NFO ad rectangulum DFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO; quoniam eſt rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO, erit EG ad GL ut EF ad FO; in recta igitur ſunt puncta L, M, E. *Q. E. D.*

PROP. LX. *Fig.* 94.

Sint duæ rectæ BH, CK *parallelæ, et ſit quævis recta* BC, *rectis* BH, CK *occurrens in* B, C, *in* BC *ſumantur puncta* D, E, F, G, *ſitque rectangulum* DGE *ad rectangulum* DFE *ut rectangulum* BGC *ad rectangulum* BFC, *per punctum* D *ducatur quævis recta, rectis* BH, CK *occurrens in* H, K, *et* GH, FK *jungantur, rectis* CK, BH *occurrentes in* L, M; *in recta ſunt puncta* L, M, E.

Factum

Factum jam ſit. Per punctum F ducatur FN parallela rectæ HL, rectis HK, LM, BH, CK occurrens in N, O, P, Q.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, E, erit EG ad GL ut EF ad FO: eſt autem rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO; et eſt rectangulum DGL ad rectangulum HGL ut DG ad GH, hoc eſt, ut DF ad FN, hoc eſt, ut rectangulum DFO ad rectangulum NFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO: eſt autem rectangulum NFO [56. h.] æquale rectangulo PFQ; quare erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt rectangulum DGE ad

rectangulum

rectangulum DFE ut rectangulum BGC ad rectangulum BFC, hoc eſt [55. h.], ut rectangulum HGL ad rectangulum PFQ, et eſt rectangulum PFQ [56. h.] æquale rectangulo NFO, erit rectangulum DGE ad rectangulum DFE ut rectangulum HGL ad rectangulum NFO; et, alternando, erit rectangulum DGE ad rectangulum HGL ut rectangulum DFE ad rectangulum NFO: eſt autem rectangulum HGL ad rectangulum DGL ut HG ad GD, hoc eſt, ut NF ad FD, hoc eſt, ut rectangulum NFO ad rectangulum DFO; quare, ex æquo, erit rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut rectangulum DFE ad rectangulum DFO. Quoniam eſt rectangulum DGE ad rectangulum DGL ut EG ad GL, et rectangulum DFE ad rectangulum DFO ut EF ad FO, erit EG ad GL ut EF ad FO; in recta igitur ſunt puncta L, M, E. *Q. E. D.*

PRO-

PROPOSITIONUM GEOMETRICARUM

LIBER SECUNDUS.

PROP. I. *Fig.* 95. 96.

IN AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *bifariam ſecetur* CD *in* F, *a punctis* D, F *inflectantur* DG, FG, *ad punctum quodvis* G *in circulo, occurratque* DG *circulo in* H, *et occurrat* FG *rectæ* CE *in* K; *erit juncta* HK *parallela rectæ* CD.

Factum jam ſit. Occurrat DG rectæ CE in L; et ducatur LM parallela rectæ CD, rectæ FG occurrens in M.

Quoniam eſt HK parallela rectæ CD, hoc eſt, rectæ LM, erit FK ad KM ut DH ad HL, et eſt [3. h. lib. 1.] DH ad HL ut DG



DG ad GL; quare erit FK ad KM ut DG ad GL: eſt autem FC ad LM ut FK ad KM, et DF ad LM ut DG ad GL; eſt igitur FC ad LM ut FD ad LM; æqualis igitur eſt FC ipſi FD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt FC æqualis ipſi FD, erit FC ad LM ut FD ad LM: eſt autem FK ad KM ut FC ad LM, et eſt DG ad GL ut DF ad LM; quare erit FK ad KM ut DG ad GL; et eſt [3. h. lib. 1.] DG ad GL ut DH ad HL; eſt igitur FK ad KM ut DH ad HL: parallelæ igitur ſunt HK, LM; quare erit HK parallela rectæ CD. *Q. E. D.*

PROP. II. *Fig.* 97. 98.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur* DF, *rectæ* CE *occurrens in* F, *biſariam ſecetur* DF *in* G, *et a punctis* D, G *inflectantur* DH, GH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, occurratque* DH *circulo in*

N K,

K, *et occurrat* GH *rectæ* CE *in* L; *erit junćta* KL *parallela rectæ* DF.

Factum jam ſit. Occurrat DH rectæ CE in M; et ducatur MN parallela rectæ DF, rectæ GH occurrens in N.

Quoniam eſt KL parallela rectæ DF, hoc eſt, rectæ MN, erit GL ad LN ut DK ad KM; et eſt [3. h. lib. 1.] DK ad KM ut DH ad HM; quare erit GL ad LN ut DH ad HM: eſt autem GF ad MN ut GL ad LN, et DG ad MN ut DH ad HM; eſt igitur GF ad MN ut DG ad MN; æqualis igitur eſt FG ipſi GD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt FG æqualis ipſi GD, erit FG ad MN ut DG ad MN: eſt autem GL ad LN ut FG ad MN, et eſt DH ad HM ut DG ad MN; eſt igitur GL ad LN ut DH ad HM: et quoniam eſt [3. h. lib. 1.] DH ad HM ut DK ad KM, erit GL ad LN ut DK ad KM; et eſt MN parallela rectæ DF; quare erit KL parallela rectæ DF. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. III. *Fig.* 99. 100.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *a punctis* A, D *inflectantur* AF, DF, *ad punctum quodvis* F *in circulo, occurratque* DF *circulo in* G, *et occurrat* AF *rectæ* CE *in* H; *in recta ſunt puncta* G, H, B.

Factum jam ſit. Occurrat DF rectæ CE in K; et ducatur KL parallela rectæ AD, rectæ AF occurrens in L; et ducatur DM parallela rectæ CE, junctæ HG occurrens in M; et jungantur BH.

Quoniam in recta ſunt puncta G, H, B, erit DM ad CH ut DB ad BC, hoc eſt, ut DA ad AC; et, alternando, erit DM ad DA ut CH ad CA, hoc eſt, ut HK ad KL; quare erit DM ad HK ut DA ad KL: eſt autem DG ad GK ut DM ad KH, et DA ad KL ut DF ad FK; quare erit DG ad GK ut DF ad FK. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtru-

ctis. Quoniam [3. h. lib. 1.] eſt DG ad GK ut DF ad FK, et eſt DM ad KH ut DG ad GK, et DA ad KL ut DF ad FK, erit DM ad KH ut DA ad KL; et, alternando, erit DM ad DA ut KH ad KL, hoc eſt, ut CH ad AC; quare erit DM ad CH ut DA ad AC, hoc eſt, ut DB ad BC; in recta igitur ſunt puncta G, H, B. *Q. E. D.*

PROP. IV. *Fig.* 101. 102.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* CD, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur quævis recta* DF, *rectæ* CE *occurrens in* F, *in* DF *ſumantur duo puncta* G, H, *ſitque* DH *ad* HF *ut* DG *ad* GF, *a punctis* D, G *inflectantur* DK, GK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, occurratque* DK *circulo in* L, *et occurrat recta* GK *rectæ* CE *in* M; *in recta ſunt puncta* L, M, H.

Factum jam ſit. Occurrat recta DK rectæ CE in N; et ducatur NO parallela rectæ DF,



DF, rectæ GK occurrens in O; ducatur DP parallela rectæ CE, junctæ LM occurrens in P; et jungantur M, H.

Quoniam in recta ſunt puncta L, M, H, erit DP ad FM ut DH ad HF, hoc eſt, ut DG ad GF; et, alternando, erit DP ad DG ut FM ad FG, hoc eſt, ut MN ad NO; quare erit DP ad MN ut DG ad NO: eſt autem DL ad LN ut DP ad MN; et eſt DK ad KN ut DG ad NO; eſt igitur DL ad LN ut DK ad KN. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [3. h. lib. 1.] DL ad LN ut DK ad KN, et eſt DP ad MN ut DL ad LN, et DG ad NO ut DK ad KN, erit DP ad MN ut DG ad NO; et, alternando, erit DP ad DG ut MN ad NO, hoc eſt, ut MF ad FG; quare erit DP ad MF ut DG ad GF, hoc eſt, ut DH ad HF; quare in recta ſunt puncta L, M, H. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. V. *Fig.* 103. 104.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB; *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur* DF *parallela rectæ* CE, *et producatur* FD *ad* G *ut ſit* FD *æqualis ipſi* DG, *a punctis* D, F *inflectantur* DH, FH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, occurratque* DH *circulo in* K, *et occurrat* FH *rectæ* CE *in* L; *in recta ſunt puncta* G, K, L.

Factum jam ſit. Occurrat DH rectæ CE in M. Quoniam in recta ſunt puncta G, K, L, erit GD ad LM ut DK ad KM: eſt autem [3. h. lib. 1.] DK ad KM ut DH ad HM, hoc eſt, ut DF ad LM; quare erit GD ad LM ut DF ad LM; æqualis igitur eſt GD ipſi DF. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt GD æqualis ipſi DF, erit GD ad LM ut DF ad LM, hoc eſt, ut DH ad HM: eſt autem [3. h. lib. 1.] DH ad HM ut DK ad KM; quare erit GD ad LM

LM ut DK ad KM; in recta igitur ſunt puncta G, K, L. Q. E. D.

PROP. VI. *Fig.* 105. 106.

Sit triangulum ABC, *et bifariam ſecetur* BC *in* D, *ducatur* AE *parallela rectæ* BC, *per punctum* D *ducatur quævis recta* DE, *rectæ* AE *occurrens in* E, *et bifariam ſecetur* DE *in* F, *a punctis* D, F *inflectantur* DG, FG, *ad punctum quodvis* G *in* AC, *occurratque* DG *rectæ* AB *in* H, *et occurrat* FG *rectæ* AE *in* K; *erit juncta* HK *parallela rectæ* DE.

Factum jam ſit. Occurrat DG rectæ AE in L; et ducatur LM parallela rectæ DE, rectæ FG occurrens in M. Quoniam eſt recta HK parallela rectæ DE, erit FK ad KM ut DH ad HL; et eſt [5. h. lib. 1.] DH ad HL ut DG ad GL; quare erit FK ad KM ut DG ad GL: eſt autem EF ad LM ut FK ad KM, et FD ad LM ut DG ad GL; eſt igitur EF ad LM

LM ut DF ad LM; quare erit EF æqualis ipſi FD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt EF æqualis ipſi FD, erit EF ad LM ut FD ad LM: eſt autem FK ad KM ut EF ad LM, et DG ad GL ut FD ad LM; quare erit FK ad KM ut DG ad GL; et eſt [5. h. lib. 1.] DG ad GL ut DH ad HL; eſt igitur FK ad KM ut DH ad HL: et quoniam parallelæ ſunt LM, DE, parallelæ erunt HK, DE. *Q. E. D.*

PROP. VII. *Fig.* 107. 108.

In recta AB *ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *per puncta* A, B, C *ducantur* AE, BF, CG, *ſibi invicem parallelæ, biſariam ſecetur* DC *in* H, *et a punctis* D, H *inflectantur* DK, HK, *ad punctum quodvis* K *in recta* BF, *occurratque* DK *rectæ* AE *in* L, *et occurrat* HF *rectæ* CG *in* M; *erit juncta* LM *parallela rectæ* AB.

Factum jam ſit. Occurrat DK rectæ

CG

CG in N; et ducatur NO parallela rectæ AB, rectæ HK occurrens in O.

Quoniam parallelæ ſunt LM, AB, erit CM ad MN ut DL ad LN, hoc eſt, ut DA ad AC; et eſt DA ad AC ut DB ad BC, hoc eſt, ut DK ad KN; quare erit CM ad MN ut DK ad KN: eſt autem CH ad ON ut CM ad MN, et HD ad ON ut DK ad KN; eſt igitur CH ad ON ut DH ad ON; quare erit CH æqualis ipſi HD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt CH æqualis ipſi HD, erit CH ad ON ut DH ad ON: eſt autem CH ad ON ut CM ad MN; et eſt HD ad ON ut DK ad KN; quare erit CM ad MN ut DK ad KN. Quoniam vero eſt DK ad KN ut DB ad BC, hoc eſt, ut DA ad AC, hoc eſt, ut DL ad LN, erit CM ad MN ut DL ad LN; quare erit LM parallela rectæ AB. *Q. E. D.*

PROP. VIII. *Fig.* 109. 110.

Sit triangulum ABC, *et biſariam ſecetur* BC

O *in*

in D, *et ducatur* AE *parallela rectæ* BC, *a punctis* B, D *inflectantur* BF, DF, *ad punctum quodvis* F *in* AC, *occurratque* BF *rectæ* AE *in* G, *et occurrat* DF *rectæ* AB *in* H; *in recta ſunt puncta* G, H, C.

Factum jam ſit. Occurrat DF rectæ AE in K. Quoniam in recta ſunt puncta G, H, C, et eſt AE parallela rectæ BC, erit DH ad HK ut DC ad GK, et eſt [5. h. lib. 1.] DH ad HK ut DF ad FK, erit CD ad KG ut DF ad FK: eſt autem BD ad KG ut DF ad FK; eſt igitur CD ad KG ut BD ad KG; quare erit CD æqualis ipſi BD. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt CD æqualis ipſi BD, erit CD ad KG ut BD ad KG, hoc eſt, ut DF ad FK; et eſt [5. h. lib. 1.] DH ad HK ut DF ad FK; quare erit CD ad KG ut DH ad HK; in recta igitur ſunt puncta G, H, C. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. IX. *Fig.* 111. 112.

Sit triangulum ABC, *biſariam ſecetur* BC *in* D, *per punctum* D *ducatur quævis recta* EF, *rectis* AB, AC *occurrens in* E, F, *ducatur* AG *parallela rectæ* BC, *a punctis* E, D *inflectantur* EH, DH, *ad punctum quodvis* H *in* AC, *occurratque* EH *rectæ* AG *in* K, *et occurrat* DH *rectæ* AB *in* L; *in recta ſunt puncta* L, K, F.

Factum jam ſit. Occurrat DH rectæ AG in M; per punctum M ducatur MN parallela rectæ EF, rectæ EH occurrens in N; occurrat LK rectæ BC in O; et occurrat EF rectæ AG in P.

Quoniam in recta ſunt puncta L, K, F, erit DO ad PK ut DF ad FP; et eſt [5. h. lib. 1.] DF ad FP ut DE ad EP; quare erit DO ad PK ut DE ad EP; et, alternando, erit DO ad DE ut PK ad EP, hoc eſt, ut MK ad MN; quare erit DO ad MK ut DE ad MN: eſt autem DO ad MK ut DL ad LM, et eſt DE ad MN ut DH

ad HM; quare erit DL ad LM ut DH ad HM. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt DL ad LM ut DH ad HM, et eſt DL ad LM ut DO ad MK, et DH ad HM ut DE ad MN, erit DO ad MK ut DE ad MN; et, alternando, erit DO ad DE ut MK ad MN, hoc eſt, ut KP ad PE; quare erit DO ad KP ut ED ad EP; et eſt [5. h. lib. 1.] ED ad EP ut DF ad FP; quare erit DO ad KP ut DF ad FP; in recta igitur ſunt puncta L, K, F. *Q. E. D.*

PROP. X. *Fig.* 113. 114.

Sit triangulum ABC, *biſariam ſecetur* BC *in* D, *ducatur* AE *parallela rectæ* BC, *in* BC *ſumantur duo puncta* F, G, *ſitque* DF *æqualis ipſi* DG, *a punctis* F, D *inflectantur* FH, DH, *ad punctum quodvis* H *in* AC, *occurratque* FH *rectæ* AE *in* K, *et occurrat* DH *rectæ* AB *in* L; *in recta ſunt puncta* L, K, G.

Factum

Factum jam ſit. Occurrat DH rectæ AE in M. Quoniam in recta ſunt puncta L, K, G, erit DG ad MK ut DL ad LM, et eſt [5. h. lib. 1.] DL ad LM ut DH ad HM, hoc eſt, ut FD ad MK, erit DG ad MK ut DF ad MK; æqualis igitur eſt GD ipſi DF. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt GD æqualis ipſi DF, erit GD ad MK ut DF ad MK, hoc eſt, ut DH ad HM; et eſt [5. h. lib. 1.] DH ad HM ut DL ad LM; quare erit GD ad MK ut DL ad LM; in recta igitur ſunt puncta L, K, G. *Q. E. D.*

PROP. XI. *Fig.* 115. 116.

Sit triangulum ABC, *biſariam ſecetur* BC *in* D, *et ducatur* AE *parallela rectæ* BC, *per punctum* D *ducatur quævis recta* DE, *rectæ* AE *occurrens in* E, *in* DE *ſumantur duo puncta* F, G, *ſitque ut* DG *ad* GE *ita* DF *ad* FE, *a punctis* F, D *inflectantur* FH, DH, *ad punctum quodvis* H *in* AC, *occurratque* FH *rectæ* AE *in* K, *et occurrat* DH *rectæ* AB

AB *in* L; *in recta ſunt puncta* L, K, G.

Factum jam ſit. Occurrat DH rectæ AE in M; et ducatur MN parallela rectæ DE, rectæ FH occurrens in M; et occurrat LK rectæ BC in O.

Quoniam in recta ſunt puncta L, K, G, erit DO ad EK ut DG ad GE, hoc eſt, ut DF ad FE; et, alternando, erit DO ad DF ut KE ad EF, hoc eſt, ut KM ad MN; quare, alternando, erit DO ad MK ut DF ad MN: eſt autem DL ad LM ut DO ad MK, et DH ad HM ut DF ad MN; quare erit DL ad LM ut DH ad HM. Quod quidem [5. h. lib. 1.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [5. h. lib. 1.] DL ad LM ut DH ad HM, et eſt DL ad LM ut DO ad MK, et DH ad HM ut DF ad MN, erit DO ad MK ut DF ad MN; et, alternando, erit DO ad DF ut MK ad MN, hoc eſt, ut KE ad EF; quare erit DO ad KE ut DF ad FE, hoc eſt, ut DG ad GE; in recta igitur ſunt puncta L, K, G. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XII. *Fig.* 117. 118.

In recta AB *ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *per puncta* A, B, C *ducantur* AE, BF, CH, *ſibi invicem parallelæ, et a punctis* A, D *inflectantur* AK, DK, *ad punctum quodvis* K *in recta* BF, *occurratque* AK *rectæ* CH *in* L, *et occurrat* DK *rectæ* AE *in* M; *in recta ſunt puncta* M, B, L.

Factum jam ſit. Occurrat DK rectæ CH in N. Quoniam in recta ſunt puncta M, B, L, erit AL ad LK ut AM ad BK, hoc eſt, ut AD ad DB: eſt autem AC ad CB ut AL ad LK; eſt igitur AC ad CB ut AD ad DB. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AC ad CB ut AD ad DB, et eſt AL ad LK ut AC ad CB, et AM ad KB ut AD ad DB, erit AL ad LK ut AM ad KB; in recta igitur ſunt puncta M, B, L. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XIII. *Fig.* 119. 120.

In recta AB *ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* CA *ad* AD *ita* CB *ad* BD, *et per puncta* A, B, C *ducantur* AE, BF, CG, *ſibi invicem parallelæ, in* AB *ſumantur duo puncta* H, K, *ſitque* KD *ad* DH *ut* KC *ad* CH, *a punctis* H, D *inflectantur* HL, DL *ad punctum quodvis* L *in* BF, *occurratque* HL *rectæ* CG *in* M, *et occurrat* DL *rectæ* AE *in* N; *in recta ſunt puncta* K, N, M.

Factum jam ſit. Occurrat DL rectæ CG in O; per punctum O ducatur OP parallela rectæ AB, rectis HM, KM occurrens in P, Q.

Quoniam in recta ſunt puncta K, N, M, erit OQ ad DK ut ON ad ND, hoc eſt, ut CA ad AD, hoc eſt, ut CB ad BD; et eſt CB ad BD ut OL ad LD, hoc eſt, ut OP ad DH; quare erit OQ ad DK ut OP ad DH; et, alternando, erit OQ ad OP ut DK ad DH: eſt autem OQ ad OP ut

CK

CK ad CH; eſt igitur CK ad CH ut KD ad DH. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic: Iiſdem conſtru-ſtructis. Quoniam eſt KC ad CH ut KD ad DH, et eſt OQ ad OP ut KC ad CH, erit QO ad OP ut KD ad DH; et, alternando, erit OQ ad DK ut OP ad DH: eſt autem OP ad HD ut OL ad LD, hoc eſt, ut CB ad BD, hoc eſt, ut CA ad AD; et eſt CA ad AD ut ON ad ND; quare erit OQ ad DK ut ON ad ND; in recta igitur ſunt puncta K, N, M. *Q. E. D.*

PROP. XIV. *Fig.* 121. 122.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *bifariam ſecetur* CD *in* F, *ſit recta* GH *parallela rectæ* AB, *rectæ* CE *occurrens in* H, *a punctis* D, F *inflectantur* DK, FK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* GH *occurrentes in* L, M, *et occurrat* DK *circulo in* N; *erit rectangulum* KLN *ad*

 rectangulum

rectangulum KDN *ut rectangulum* LMH *ad quadratum ex* DF.

Factum jam ſit. Occurrat FK rectæ CE in O; et jungantur N, O.

Quoniam eſt rectangulum KLN ad rectangulum KDN ut rectangulum LMH ad quadratum ex DF, erit, alternando, rectangulum KLN ad rectangulum LMH ut rectangulum KDN ad quadratum ex DF; et, invertendo, erit rectangulum LMH ad rectangulum KLN ut quadratum ex DF ad rectangulum KDN; et eſt rectangulum KLN ad rectangulum NLM ut KL ad LM, hoc eſt, ut KD ad DF, hoc eſt, ut rectangulum KDN ad rectangulum NDF; quare, ex æquo, erit rectangulum LMH ad rectangulum NLM ut quadratum ex DF ad rectangulum NDF: eſt autem rectangulum LMH ad rectangulum NLM ut MH ad LN, et quadratum ex DF ad rectangulum NDF ut DF ad ND; quare erit MH ad LN ut DF, vel FC, ad ND; et, alternando, erit MH ad FC ut LN ad ND: eſt autem HO ad OC ut MH ad FC; eſt igitur OH ad OC ut LN ad ND: parallelæ autem

tem ſunt LH, DC; parallelæ igitur ſunt NO, DC. Quod quidem [1. h.], ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [1. h.] parallelæ ſunt NO, DC, LH, erit LN ad ND ut HO ad OC, hoc eſt, ut MH ad FC, vel FD; et, alternando, erit LN ad MH ut ND ad DF: eſt autem rectangulum NLM ad rectangulum LMH ut NL ad MH, et rectangulum NDF ad quadratum ex DF ut ND ad DF; quare erit rectangulum NLM ad rectangulum LMH ut rectangulum NDF ad quadratum ex DF; et, alternando, erit rectangulum NLM ad rectangulum NDF ut rectangulum LMH ad quadratum ex DF. Quoniam vero eſt rectangulum NLM ad rectangulum KLN ut LM ad LK, hoc eſt, ut FD ad DK, hoc eſt, ut rectangulum NDF ad rectangulum KDN, erit rectangulum NLM ad rectangulum NDF ut rectangulum KLN ad rectangulum KDN; quare erit rectangulum KLN ad rectangulum KDN ut rectangulum LMH ad quadratum ex DF. *Q. E. D.*

PROP. XV. *Fig.* 123. 124.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *biſariam ſecetur* DC *in* F, *et ſit quævis recta* GH *parallela rectæ* AB, *circulo occurrens in* G, H, *et rectæ* CE *in* K, *a punctis* D, F *inflectantur* DL, FL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* GH *occurrentes in* M, N; *erit rectangulum* GMH *ad rectangulum* MNK *ut rectangulum* ADB *ad quadratum ex* DF.

Factum jam ſit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam eſt rectangulum GMH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF, erit, alternando, rectangulum GMH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF: eſt autem rectangulum LMO æquale rectangulo GMH, et rectangulum LDO æquale rectangulo ADB; eſt igitur rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum

gulum MNK ad quadratum ex DF. Quod quidem [14. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [14. h.] rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF, et eſt rectangulum GMH æquale rectangulo LMO, et rectangulum ADB æquale rectangulo LDO, erit rectangulum GMH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF; et, alternando, erit rectangulum GMH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF. *Q. E. D.*

PROP. XVI. *Fig.* 125. 126.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *biſariam ſecetur* DC *in* F, *et ſit recta* GH *parallela rectæ* AB, *circulum contingens in* H, *occurratque rectæ* CE *in* K, *a punctis* D, F *inflectantur* DL, FL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* GH *occurrentes in* M, N;

M, N; *erit quadratum ex* HM *ad rectangulum* MNK *ut rectangulum* ADB *ad quadratum ex* DF.

Factum jam ſit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam eſt quadratum ex MH ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF, alternando, erit quadratum ex MH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF: eſt autem rectangulum LMO æquale quadrato ex MH, et rectangulum LDO æquale rectangulo ADB; quare erit rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF. Quod quidem [14. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [14. h.] rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF, et eſt quadratum ex MH æquale rectangulo LMO, et rectangulum ADB æquale rectangulo LDO, erit quadratum ex MH ad rectangulum ADB ut rectangulum MNK ad quadratum ex DF; quare, alternando, erit quadratum ex MH

ad

ad rectangulum MNK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF. *Q. E. D.*

PROP. XVII. *Fig.* 127. 128.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit* CE *normalis rectæ* AB, *bifariam ſecetur* DC *in* F, *et ſit recta* GH *extra circulum, et parallela rectæ* AB, *rectæ* CE *occurrens in* K, *ſit* L *centrum circuli, et ducatur* LM *normalis rectæ* GH, *ipſi occurrens in* M, *et circulo in* N, O, *ſitque quadratum ex* MG *æquale rectangulo* NMO, *et ſit* MH *æqualis ipſi* MG, *a punctis* D, F *inflectantur* DP, FP, *ad punctum quodvis* P *in circulo, rectæ* GH *occurrentes in* Q, R; *erit ſumma quadratorum ex* GQ, QH *ad rectangulum* QRK *ut duplum rectanguli* ADB *ad quadratum ex* DF.

Factum jam ſit. Occurrat DP circulo in S. Quoniam eſt ſumma quadratorum ex GQ, QH ad rectangulum QRK ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DF, et

eſt

eſt ſumma quadratorum ex GQ, QH æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli PQS, erit duplum rectanguli PQS ad rectangulum QRK ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DF; quare erit rectangulum PQS ad rectangulum QRK ut rectangulum ADB ad quadratum ex DF: eſt autem rectangulum ADB æquale rectangulo PDS; quare erit rectangulum PQS ad rectangulum QRK ut rectangulum PDS ad quadratum ex DF; et, alternando, erit rectangulum PQS ad rectangulum PDS ut rectangulum QRK ad quadratum ex DF. Quod quidem [14. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [14. h.] rectangulum PQS ad rectangulum PDS ut rectangulum QRK ad quadratum ex DF, erit duplum rectanguli PQS ad duplum rectanguli PDS ut rectangulum QRK ad quadratum ex DF: eſt autem ſumma quadratorum ex GQ, QH æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli PQS, et eſt duplum rectanguli ADB æquale duplo rectanguli PDS; quare erit ſumma quadratorum ex GQ, QH ad duplum rectanguli ADB ut rectangulum

gulum QRK ad quadratum ex DF; et, alternando, erit ſumma quadratorum ex GQ, QH ad rectangulum QRK ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DF. *Q. E. D.*

PROP. XVIII. *Fig.* 129. 130.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit* CE *normalis rectæ* AB, *ducatur* DF, *rectæ* CE *occurrens in* F, *biſariam ſecetur* DF *in* G, *et ſit quævis recta* HK *parallela rectæ* DF, *rectæ* CE *occurrens in* K, *a punctis* D, G *inflectantur* DL, GL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* HK *occurrentes in* M, N, *et occurrat* DL *circulo in* O; *erit rectangulum* LMO *ad rectangulum* LDO *ut rectangulum* MNK *ad quadratum ex* DG.

Factum jam ſit. Occurrat GL rectæ CE in P; et jungantur O, P. Quoniam eſt rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DG,

Q alternando,

alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum MNK ut rectangulum LDO ad quadratum ex DG; et, invertendo, erit rectangulum MNK ad rectangulum LMO ut quadratum ex DG ad rectangulum LDO: eſt autem rectangulum LMO ad rectangulum OMN ut LM ad MN, hoc eſt, ut LD ad DG, hoc eſt, ut rectangulum LDO ad rectangulum ODG; quare, ex æquo, erit rectangulum MNK ad rectangulum OMN ut quadratum ex DG ad rectangulum ODG. Quoniam vero eſt rectangulum MNK ad rectangulum OMN ut KN ad MO, et quadratum ex DG ad rectangulum ODG ut DG ad DO, erit KN ad MO ut DG ad DO; et, alternando, erit KN ad DG ut MO ad OD: eſt autem KN ad DG, vel GF, ut KP ad PF; eſt igitur MO ad OD ut KP ad PF: parallelæ autem ſunt rectæ MN, DF; parallelæ igitur ſunt rectæ OP, DF. Quod quidem [2. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [2. h.] parallelæ ſunt rectæ MN, OP, DF, erit KP ad PF ut MO ad OD: eſt autem KN ad GF, vel GD, ut KP

KP ad PF; eſt igitur KN ad GF ut MO ad OD; et, alternando, erit KN ad MO, ut GF ad OD. Quoniam vero eſt KN ad MO ut rectangulum MNK ad rectangulum OMN, et GF, vel GD, ad OD ut quadratum ex GD ad rectangulum ODG, erit rectangulum MNK ad rectangulum OMN ut quadratum ex DG ad rectangulum ODG: eſt autem rectangulum OMN ad rectangulum LMO ut MN ad ML, hoc eſt, ut GD ad DL, hoc eſt, ut rectangulum ODG ad rectangulum LDO; quare, ex æquo, erit rectangulum MNK ad rectangulum LMO ut quadratum ex DG ad rectangulum LDO; et, invertendo, erit rectangulum LMO ad rectangulum MNK ut rectangulum LDO ad quadratum ex DG; quare, alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum LDO ut rectangulum MNK ad quadratum ex DG. *Q.E.D.*

PROP. XIX. Fig. 131. 132.

In AB diametro circuli ſumantur ... *C, D, ſitque ut AC ad CB it*...

et ſit CE *normalis rectæ* AB, *ducatur quævis recta* DF, *rectæ* CE *occurrens in* F, *bifariam ſecetur* DF *in* G, *et ſit quævis recta* HK *parallela rectæ* DF, *circulo occurrens in* H, K, *et rectæ* CE *in* L, *a punctis* D, G *inflectantur* DM, GM, *ad punctum quodvis* M *in circulo, rectæ* HK *occurrentes in* N, O; *erit rectangulum* HNK *ad rectangulum* NOL *ut rectangulum* ADB *ad quadratum ex* DG.

Factum jam ſit. Occurrat DM circulo in P. Quoniam eſt rectangulum HNK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG, erit, alternando, rectangulum HNK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG: eſt autem rectangulum PNM æquale rectangulo HNK, et eſt rectangulum PDM æquale rectangulo ADB; quare erit rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG. Quod quidem [18. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [18. h.] rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL

NOL ad quadratum ex DG, et eſt rectangulum HNK æquale rectangulo PNM, et rectangulum ADB æquale rectangulo PDM, erit rectangulum HNK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG; et, alternando, erit rectangulum HNK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG. *Q. E. D.*

PROP. XX. *Fig.* 133. 134.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit* CE *normalis rectæ* AB, *ducatur quævis recta* DF, *rectæ* CE *occurrens in* F, *bifariam ſecetur* DF *in* G, *ſit recta* HK *parallela rectæ* DF, *circulum contingens in* K, *et rectæ* CE *occurrens in* L, *a punctis* D, G *inflectantur* DM, GM, *ad punctum quodvis* M *in circulo, rectæ* HK *occurrentes in* N, O; *erit quadratum ex* NK *ad rectangulum* NOL *ut rectangulum* ADB *ad quadratum ex* DG.

Factum jam ſit. Occurrat DM circulo in

in P. Quoniam eſt quadratum ex NK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG, erit, alternando, quadratum ex NK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG: eſt autem rectangulum PNM æquale quadrato ex NK, et rectangulum PDM æquale rectangulo ADB; quare erit rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG. Quod quidem [18. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [18. h.] rectangulum PNM ad rectangulum PDM ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG, et eſt quadratum ex NK æquale rectangulo PNM, et rectangulum ADB æquale rectangulo PDM, erit quadratum ex NK ad rectangulum ADB ut rectangulum NOL ad quadratum ex DG; et, alternando, erit quadratum ex NK ad rectangulum NOL ut rectangulum ADB ad quadratum ex DG. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XXI. *Fig.* 135. 136.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur* DF, *rectæ* CE *occurrens in* F, *bifariam ſecetur* DF *in* G, *ſit recta* HK *extra circulum parallela rectæ* DF, *rectæ* CE *occurrens in* L, *ſit* M *centrum circuli, et ducatur* MN *normalis rectæ* HK, *ipſi occurrens in* N, *et circulo in* O, P, *ſitque quadratum ex* NH *æquale rectangulo* ONP, *et ſit* NK *æqualis ipſi* NH, *a punctis* D, G *inflectantur* DQ, GQ, *ad punctum quodvis* Q *in circulo, rectæ* HK *occurrentes in* R, S; *erit ſumma quadratorum ex* RH, RK *ad rectangulum* RSL, *ut duplum rectanguli* ADB *ad quadratum ex* DG.

Factum jam ſit. Occurrat DQ circulo in T. Quoniam eſt ſumma quadratorum ex RH, RK ad rectangulum RSL ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DG, erit, alternando, ſumma quadratorum ex

ex RH, RK ad duplum rectanguli ADB ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG: eſt autem ſumma quadratorum ex RH, RK equalis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli QRT, et eſt duplum rectanguli ADB æquale duplo rectanguli QDT; quare erit duplum rectanguli QRT ad duplum rectanguli QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG; erit igitur rectangulum QRT ad rectangulum QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG. Quod quidem [18. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [18. h.] rectangulum QRT ad rectangulum QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG, erit duplum rectanguli QRT ad duplum rectanguli QDT ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG: eſt autem ſumma quadratorum ex RH, RK æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli QRT, et eſt duplum rectanguli ADB æquale duplo rectanguli QDT; quare erit ſumma quadratorum ex RH, RK ad duplum rectanguli ADB ut rectangulum RSL ad quadratum ex DG; et, alternando, erit ſumma quadratorum ex RH, RK ad rectangulum

ctangulum RSL ut duplum rectanguli ADB ad quadratum ex DG. *Q. E. D.*

PROP. XXII. *Fig.* 137. 138.

Sit AB *diameter circuli, et recta* CD *ipſi normalis, circulo occurrens in* C, D, *et rectæ* AB *in* E, *et ſit* F *punctum quodvis in* AB, *ſitque ut* AF *ad* FE *ita rectangulum* EAB *ad rectangulum* FEG, *a punctis* A, F *inflectantur* AH, FH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, rectæ* CD *occurrentes in* K, L; *erit* KL *ad* LE *ut rectangulum* CKD *ad rectangulum* FEG.

Factum jam ſit. Ducatur AM parallela rectæ EC, rectæ FH occurrens in M; et jungantur B, H. Quoniam eſt KL ad LE ut rectangulum CKD ad rectangulum FEG, erit, invertendo, LE ad KL ut rectangulum FEG ad rectangulum CKD. Quoniam eſt KL ad AM ut KH ad HA, hoc eſt, ut rectangulum AKH ad rectangulum HAK, et eſt rectangulum AKH æquale rectangulo CKD, et rectangulum HAK æquale rectangulo EAB, (quoniam recti

 ſunt

ſunt anguli AHB, AEK), erit KL ad AM ut rectangulum CKD ad rectangulum EAB; quare, ex æquo, erit LE ad AM ut rectangulum FEG ad rectangulum EAB; et, invertendo, erit AM ad EL ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG: eſt autem AF ad FE ut AM ad EL; eſt igitur AF ad FE ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG. Quod quidem ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AF ad FE ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG, et eſt AM ad EL ut AF ad FE, erit AM ad EL ut rectangulum EAB ad rectangulum FEG; et, invertendo, erit EL ad AM ut rectangulum FEG ad rectangulum EAB. Quoniam vero eſt AM ad KL ut AH ad HK, hoc eſt, ut rectangulum HAK ad rectangulum AKH, et eſt rectangulum HAK æquale rectangulo EAB, (quoniam recti ſunt anguli AHB, AEK), et rectangulum AKH æquale rectangulo CKD, erit AM ad KL ut rectangulum EAB ad rectangulum CKD; quare erit EL ad LK ut rectangulum FEG ad rectangulum CKD; et, invertendo, erit

KL

KL ad LE ut rectangulum CKD ad rectangulum FEG. *Q. E. D.*

PROP. XXIII. *Fig.* 139. 140.

Sit AB *diameter circuli, et ducatur* BC, *circulum contingens in* B, *et in* AB *ſumatur punctum quodvis* D, *et ſit ut* BD *ad* DA *ita* EB *ad* BA, *a punctis* A, D *inflectantur* AF, DF, *ad punctum quodvis* F *in circulo, rectæ* BC *occurrentes in* G, H; *erit* GH *ad* HB *ut quadratum ex* BG *ad rectangulum* ABE.

Factum jam ſit. Ducatur AK parallela rectæ BC, rectæ DF occurrens in K; et jungantur B, F.

Quoniam eſt GH ad HB ut quadratum ex BG ad rectangulum ABE, erit, invertendo, BH ad HG ut rectangulum ABE ad quadratum ex BG. Quoniam vero eſt GH ad AK ut GF ad FA, hoc eſt, ut rectangulum AGF ad rectangulum GAF; et eſt rectangulum AGF æquale quadrato ex BG, et rectangulum GAF æquale quadrato ex AB,

 (quoniam

(quoniam recti ſunt anguli AFB, ABG), erit GH ad AK ut quadratum ex BG ad quadratum ex AB; et fuit BH ad HG ut rectangulum ABE ad quadratum ex BG; quare, ex æquo, erit BH ad AK ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB: eſt autem BH ad AK ut BD ad DA, et rectangulum ABE ad quadratum ex AB ut EB ad BA; eſt igitur BD ad DA ut EB ad BA. Quod quidem ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt BD ad DA ut EB ad BA, et eſt BD ad DA ut BH ad AK, et EB ad BA ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB, erit BH ad AK ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB. Quoniam vero eſt AK ad GH ut AF ad FG, hoc eſt, ut rectangulum FAG ad rectangulum AGF, et eſt rectangulum FAG æquale quadrato ex AB, (quoniam recti ſunt anguli AFB, ABG), et rectangulum AGF æquale quadrato ex BG, erit AK ad GH ut quadratum ex AB ad quadratum ex BG: quoniam eſt BH ad AK ut rectangulum ABE ad quadratum ex AB, et AK ad

ad GH ut quadratum ex AB ad quadratum ex BG, erit, ex æquo, BH ad HG ut rectangulum ABE ad quadratum ex BG; et, invertendo, erit GH ad HB ut quadratum ex BG ad rectangulum ABE. *Q. E. D.*

PROP. XXIV. *Fig.* 141. 142.

Sit AB *diameter circuli, et recta* CD *ipſi normalis, rectæ* AB *occurrens in puncto D extra circulum, in* CD *ſumatur punctum* E, *ſitque quadratum ex* DE *æquale rectangulo* ADB, *producatur* ED *ad* F, *ut ſit* DF *æqualis ipſi* DE, *et ſit* G *punctum quodvis in recta* AB, *ſitque ut* AG *ad* GD *ita rectangulum* BAD *ad rectangulum* GDH, *a punctis* A, G *inſlectantur* AK, GK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* CD *occurrentes in* L, M; *erit* LM *ad* MD *ut ſumma quadratorum ex* LE, LF *ad duplum rectanguli* GDH.

Factum jam ſit. Ducatur AN parallela rectæ CD, rectæ GK occurrens in N; et jungantur B, K.

Quoniam

Quoniam eſt LM ad MD ut ſumma quadratorum ex LE, LF ad duplum rectanguli GDH, et eſt ſumma quadratorum ex LE, LF æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli ALK, erit LM ad MD ut duplum rectanguli ALK ad duplum rectanguli GDH, hoc eſt, ut rectangulum ALK ad rectangulum GDH; et, invertendo, erit DM ad ML ut rectangulum GDH ad rectangulum ALK. Quoniam vero eſt ML ad AN ut LK ad KA, hoc eſt, ut rectangulum ALK ad rectangulum KAL, et eſt rectangulum KAL æquale rectangulo BAD, (quoniam recti ſunt anguli AKB, ADL), erit ML ad AN ut rectangulum ALK ad rectangulum BAD: quoniam eſt DM ad ML ut rectangulum GDH ad rectangulum ALK, et ML ad AN ut rectangulum ALK ad rectangulum BAD, erit, ex æquo, DM ad AN ut rectangulum GDH ad rectangulum BAD; et, invertendo, erit AN ad DM ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH: eſt autem GA ad GD ut AN ad DM; eſt igitur AG ad GD ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH. Quod quidem ita ſe habet.

Componetur

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt AG ad GD ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH, et eſt AG ad GD ut AN ad DM, erit AN ad DM ut rectangulum BAD ad rectangulum GDH; et, invertendo, erit DM ad AN ut rectangulum GDH ad rectangulum BAD. Quoniam vero eſt AN ad ML ut AK ad KL, hoc eſt, ut rectangulum KAL ad rectangulum ALK, et eſt rectangulum KAL, æquale rectangulo BAD, (quoniam recti ſunt anguli AKB, ADL), erit AN ad ML ut rectangulum BAD ad rectangulum ALK. Quoniam eſt DM ad AN ut rectangulum GDH ad rectangulum BAD, et AN ad ML ut rectangulum BAD ad rectangulum ALK, erit, ex æquo, DM ad ML ut rectangulum GDH ad rectangulum ALK, hoc eſt, ut duplum rectanguli GDH ad duplum rectanguli ALK: eſt autem [15. h. lib. 1.] duplum rectanguli ALK æquale ſummæ quadratorum ex LE, LF; quare erit DM ad ML ut duplum rectanguli GDH ad ſummam quadratorum ex LE, LF; et, invertendo, erit LM ad MD ut ſumma quadratorum ex LE, LF ad duplum rectanguli GDH. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XXV. *Fig.* 143. 144.

Sit recta AB *circulo occurrens in* A, B, *ſit* C *centrum circuli, et ducatur* CD *normalis rectæ* AB, *ipſi occurrens in* D, *et ducatur quævis recta* BE, *rectæ* CD *occurrens in* E, *et circulo in* F, *et ſit* BF *ad* BG *ut* FE *ad* EB, *a punctis* E, F *inflectantur* EH, FH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, rectæ* AB *occurrentes in* K, L; *erit* LK *ad* KA *ut quadratum ex* BL *ad rectangulum* FBG.

Factum jam ſit. Occurrat recta CD circulo in M, N; et in MN ſumatur punctum O, ut ſit MO ad ON ut ME ad EN; et ducatur OP parallela rectæ AB, rectæ EH occurrens in Q; occurratque EH circulo in R; et occurrat FH rectæ OP in S; jungantur R, S; et ducatur ET parallela rectæ AB, rectæ FH occurrens in T.

Quoniam eſt LK ad KA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG, erit rectangulum BKL ad rectangulum BKA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG: eſt autem

tem rectangulum RKH æquale rectangulo BKA; quare erit rectangulum BKL ad rectangulum RKH ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG. Quoniam vero eſt rectangulum ET, BK ad rectangulum BKL ut ET ad KL, hoc eſt, ut EH ad HK, hoc eſt, ut rectangulum EH, RK ad rectangulum RKH, alternando, erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum BKL ad rectangulum RKH; quare erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG: et quoniam eſt quadratum ex BL ad rectangulum BL, ET ut BL ad ET, hoc eſt, ut BF ad FE, hoc eſt, ut BG ad EB, hoc eſt, ut rectangulum FBG ad rectangulum EBF, alternando, erit quadratum ex BL ad rectangulum FBG ut rectangulum BL, ET ad rectangulum FBE: eſt autem rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG; quare erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum BL, ET ad rectangulum FBE; et, alternando, erit rectangulum ET, BK ad rectan-

gulum BL, ET ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE: quoniam vero eſt BL ad ET ut BF ad FE, hoc eſt, ut rectangulum FBE ad rectangulum BEF, vel REH, et eſt ET ad QS ut EH ad HQ, hoc eſt [3. h. lib. 1.], ut ER ad RQ, hoc eſt, ut rectangulum REH ad rectangulum EH, RQ, erit, ex æquo, BL ad QS ut rectangulum FBE ad rectangulum EH, RQ. Quoniam eſt BK ad BL ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE, et eſt BL ad QS ut rectangulum FBE ad rectangulum EH, RQ, erit BK ad QS ut rectangulum EH, RK ad rectangulum EH, RQ, hoc eſt, ut RK ad RQ; in recta igitur ſunt puncta R, S, B. Quod quidem [4. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [4. h.] in recta ſunt puncta R, S, B, erit BK ad QS ut KR ad RQ, hoc eſt, ut rectangulum EH, RK ad rectangulum EH, RQ. Quoniam vero eſt QS ad ET ut QH ad HE, hoc eſt [3. h. lib. 1.], ut QR ad RE, hoc eſt, ut rectangulum EH, RQ ad rectangulum HER, vel BEF; et eſt ET ad BL ut EF ad FB,

hoc

hoc eſt, ut rectangulum FEB, ad rectangulum EBF, erit QS ad BL ut rectangulum EH, RQ ad rectangulum FBE. Quoniam eſt BK ad QS ut rectangulum EH, RK ad rectangulum EH, RQ, et eſt QS ad BL ut rectangulum EH, RQ ad rectangulum FBE, erit, ex æquo, BK ad BL ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE, hoc eſt, erit rectangulum ET, BK ad rectangulum ET, BL ut rectangulum EH, RK ad rectangulum FBE; et, alternando, erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH,RK ut rectangulum ET,BL ad rectangulum FBE. Quoniam vero eſt rectangulum ET, BL ad quadratum ex BL ut ET ad BL, hoc eſt, ut EF ad FB, hoc eſt, ut EB ad BG, hoc eſt, ut rectangulum FBE ad rectangulum FBG, erit, alternando, rectangulum ET, BL ad rectangulum FBE ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG; quare erit rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG: eſt autem rectangulum ET, BK ad rectangulum BKL ut ET ad KL, hoc eſt, ut EH ad HK, hoc eſt, ut rectangulum

EH,RK ad rectangulum RKH; erit igitur, alternando, rectangulum ET, BK ad rectangulum EH, RK ut rectangulum BKL ad rectangulum RKH; quare erit rectangulum BKL ad rectangulum RKH ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG. Quoniam vero eſt rectangulum RKH æquale rectangulo BKA, erit LK ad KA ut rectangulum BKL ad rectangulum RKH; quare erit LK ad KA ut quadratum ex BL ad rectangulum FBG. *Q. E. D.*

PROP. XXVI. *Fig.* 145.

Sit AB *diameter circuli, cujus centrum eſt* C, *et ducatur quævis recta* BD, *circulo occurrens in* D, *a punctis* A, C *inflectantur* AE, CE, *ad punctum quodvis* E *in circulo, rectæ* BD *occurrentes in* F, G; *erit* FG *ad* GD *ut quadratum ex* BF *ad quadratum ex* AB.

Factum jam ſit. Ducatur CH parallela rectæ BD, rectæ AE occurrens in H; et jungantur D, E.

Quoniam eſt FG ad GD ut quadratum ex

BF

BF ad quadratum ex AB, et eſt FG ad GD ut quadratum ex FG ad rectangulum FGD, et quadratum ex BF ad quadratum ex BA ut quadratum ex CH ad quadratum ex CA, vel CE, hoc eſt, ut quadratum ex FG ad quadratum ex GE, erit quadratum ex FG ad rectangulum FGD ut quadratum ex FG ad quadratum ex GE; eſt igitur rectangulum FGD æquale quadrato ex GE; quare erit DG ad GE ut GE ad GF; æquiangula igitur ſunt triangula DGE, FGE; quare erit angulus GEF æqualis angulo FDE, hoc eſt, angulo CAE; eſt igitur angulus AEC æqualis angulo CAE. *Q. Q. V.*

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt angulus AEC æqualis angulo CAE, hoc eſt, angulo FDE, erit angulus GEF æqualis angulo FDE; quare (ob communem angulum DGE) æquiangula ſunt triangula DGE, FGE; quare erit DG ad GE ut GE ad GF; eſt igitur rectangulum DGF æquale quadrato ex GE; erit igitur quadratum ex GF ad rectangulum DGF ut quadratum ex FG ad quadratum ex GE: eſt autem FG ad GD ut quadratum ex FG ad rectangulum

lum DGF, et eſt quadratum ex FG ad quadratum ex GE ut quadratum ex CH ad quadratum ex CE, vel CA, hoc eſt, ut quadratum ex FB ad quadratum ex BA; eſt igitur FG ad GD ut quadratum ex BF ad quadratum ex BA. *Q. E. D.*

PROP. XXVII. *Fig.* 146. 147.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit recta* EF *normalis rectæ* AB, *ipſi occurrens in* E, *et in* DE *ſumatur punctum* G, *ut ſit* DG *ad* GC *ut* DE *ad* EC, *ſitque quadratum ex* EG *ad quadratum ex* DG *ut quadratum ex* EH *ad rectangulum* ADB, *a punctis* D, G *inflectantur* DK, GK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* EF *occurrentes in* L, M, *et occurrat* DK *circulo in* N; *erit rectangulum* ELM *ad rectangulum* KLN *ut quadratum ex* EM *ad quadratum ex* EH.

Factum jam ſit. Ducatur CO parallela rectæ EF, rectis DK, GK occurrens in

O, P;

O, P; et ducatur D(
rectæ GK occurrens

Quoniam eſt rect:
ctangulum KLN ut
quadratum ex EH,
ctangulum ELM ad
rectangulum KLN :
eſt autem quadratun
ex DQ ut quadratun
ex DG, hoc eſt, ut
rectangulum ADB;
ELM ad quadratum
KLN ad rectangulı
dratum ex DQ ad
ut DQ ad LM, hoc
eſt, ut rectangulum
gulum KLN; quare
ad rectangulum DC
DK, NL ad rectan
erit EL ad DQ ut
ad rectangulum AD
ut DK ad KO, hoc
ad NO, hoc eſt, ut
ADB, ad rectangu
ex æquo, erit EL a
DK, NL ad rectan

eſt, ut LN ad NO; in recta igitur ſunt puncta E, P, N. Quod quidem [4. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [4. h.] in recta ſunt puncta E, P, N, erit EL ad OP ut LN ad NO, hoc eſt, ut rectangulum DK, LN ad rectangulum DK, NO; et eſt OP ad DQ ut KO ad KD, hoc eſt [3. h. lib. 1.], ut ON ad ND, hoc eſt, ut rectangulum DK, NO ad rectangulum KDN, vel ADB; quare erit EL ad DQ ut rectangulum DK, LN ad rectangulum ADB; hoc eſt, erit rectangulum ELM ad rectangulum DQ, LM ut rectangulum DK, LM ad rectangulum ADB: eſt autem rectangulum DQ, LM ad quadratum ex DQ ut LM ad DQ, hoc eſt, ut KL ad KD, hoc eſt, ut rectangulum KLN ad rectangulum DK, LN; eſt igitur, ex æquo, perturbate, rectangulum ELM ad quadratum ex DQ ut rectangulum KLN ad rectangulum ADB; et eſt quadratum ex DQ ad quadratum ex EM ut quadratum ex DG ad quadratum ex GE, hoc eſt, ut rectangulum ADB ad quadratum ex EH; quare erit, ex æquo,

rectangulum

rectangulum ELM ad quadratum ex EM ut rectangulum KLN ad quadratum ex EH; et, alternando, erit rectangulum ELM ad rectangulum KLN ut quadratum ex EM ad quadratum ex EH. *Q. E. D.*

PROP. XXVIII. *Fig.* 148. 149.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit quævis recta* EF *normalis rectæ* AB, *ipſi occurrens in* E, *et circulo in* F, G, *in* AB *ſumatur punctum* H, *ut ſit* DH *ad* HC *ut* DE *ad* EC, *ſitque rectangulum* ADB *ad quadratum ex* EK *ut quadratum ex* DH *ad quadratum ex* HE, *a punctis* D, H *inflectantur* DL, HL, *ad quodvis punctum* L *in circulo, rectæ* FG *occurrentes in* M, N; *erit rectangulum* EMN *ad rectangulum* FMG *ut quadratum ex* EN *ad quadratum ex* EK.

Factum jam ſit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam eſt rectangulum EMN ad rectangulum FMG ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK, et eſt rectangulum

FMG æquale rectangulo LMO, erit rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK. Quod [27. h.] quidem ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [27. h.] eſt rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK, et eſt rectangulum LMO æquale rectangulo FMG, erit rectangulum EMN ad rectangulum FMG ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK. *Q. E. D.*

PROP. XXIX. *Fig.* 150. 151.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit recta* EF *normalis rectæ* AB, *ipſi occurrens in puncto* E *extra circulum, et ſit quadratum ex* EF *æquale rectangulo* AEB, *producatur* EF *ad* G, *ut ſit* EG *æqualis ipſi* EF, *in* AB *ſumatur punctum* H, *ut ſit* DH *ad* HC *ut* DE *ad* EC, *ſitque quadratum ex* EK *ad rectangulum* ADB *ut quadratum ex* EH *ad quadratum ex* HD, *a*

a punctis D, H *infléctantur* DL, HL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* FG *occurrentes in* M, N; *erit rectangulum* EMN *ad ſummam quadratorum ex* MF, MG *ut quadratum ex* EN *ad duplum quadrati ex* EK.

Factum jam ſit. Occurrat DL circulo in O. Quoniam eſt rectangulum EMN ad ſummam quadratorum ex MF, MG ut quadratum ex EN ad duplum quadrati ex EK, et eſt ſumma quadratorum ex MF, MG æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli LMO, erit rectangulum EMN ad duplum rectanguli LMO ut quadratum ex EN ad duplum quadrati ex EK; quare erit rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK. Quod quidem [27. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [27. h.] eſt rectangulum EMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex EN ad quadratum ex EK, erit rectangulum EMN ad duplum rectanguli LMO ut quadratum ex EN ad duplum

 quadrati

quadrati ex EK: eſt autem [15. h. lib. 1.] duplum rectanguli LMO æquale ſummæ quadratorum ex MF, MG; eſt igitur rectangulum EMN ad ſummam quadratorum ex MF, MG ut quadratum ex EN ad duplum quadrati ex EK. *Q. E. D.*

PROP. XXX. *Fig.* 152.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ſit punctum* C *extra circulum, et ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *circulo occurrens in* E, *et jungantur* C, E, *ſit quævis recta* FG *parallela rectæ* DE, *rectis* AB, CE *occurrens in* F; G, *a punctis* C, D *inflectantur* CH, DH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, rectæ* FG *occurrentes in* K, L; *erit quadratum ex* FL *ad quadratum ex* FK *ut ſumma quadratorum ex* FL, GE *ad quadratum ex* FG.

Factum jam ſit. Ducatur CM parallela rectæ DE, rectæ DH occurrens in M; occurrat CH rectæ DE in N, et circulo in O; et occurrat ED circulo in P.

Quoniam

[illegible]

Quoniam eſt quadratum ex FL ad quadratum ex FK ut ſumma quadratorum ex FL, GE ad quadratum ex FG, alternando, erit quadratum ex FL ad ſummam quadratorum ex FL, GE ut quadratum ex FK ad quadratum ex FG; et, invertendo, erit ſumma quadratorum ex FL, GE ad quadratum ex FL ut quadratum ex FG ad quadratum ex FK, hoc eſt, ut quadratum ex DE ad quadratum ex DN; quare, dividendo, erit quadratum ex GE ad quadratum ex FL ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN. Quoniam eſt GE ad EC ut FD ad DC, hoc eſt, ut FL ad CM, alternando, erit GE ad FL ut CE ad CM; quare erit quadratum ex GE ad quadratum ex FL ut quadratum ex CE ad quadratum ex CM: eſt autem quadratum ex GE ad quadratum ex FL ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN; eſt igitur quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN. Quoniam vero [20. h. lib. 1.] contingit CE circulum in E, erit quadratum ex CE æquale rectangulo OCH, et eſt rectangulum ENP æquale rectangulo ONH, erit rectangulum OCH ad quadratum

quadratum ex CM ut rectangulum ONH ad quadratum ex DN; et eſt quadratum ex CM ad quadratum ex CH ut quadratum ex DN ad quadratum ex NH; erit igitur, ex æquo, rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut rectangulum ONH ad quadratum ex NH: eſt autem rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut OC ad CH; et eſt rectangulum ONH ad quadratum ex NH ut ON ad NH; quare erit OC ad CH ut ON ad NH. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [3. h. lib. 1.] OC ad CH ut ON ad NH, et eſt rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut OC ad CH, et rectangulum ONH ad quadratum ex NH ut ON ad NH, erit rectangulum OCH ad quadratum ex CH ut rectangulum ONH ad quadratum ex NH; et eſt quadratum ex CH ad quadratum ex CM ut quadratum ex NH ad quadratum ex DN; erit, ex æquo, rectangulum OCH ad quadratum ex CM ut rectangulum ONH ad quadratum ex DN: quoniam vero [20. h. lib. 1.] contingit CE circulum in E, erit rectangulum

rectangulum OCH æquale quadrato ex CE, et eſt rectangulum ONH æquale rectangulo ENP, erit quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN. Quoniam eſt CE ad EG ut CD ad DF, hoc eſt, ut CM ad FL, alternando, erit CE ad CM ut GE ad FL; quare erit quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut quadratum ex GE ad quadratum ex FL: eſt autem quadratum ex CE ad quadratum ex CM ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN; eſt igitur quadratum ex EG ad quadratum ex FL ut rectangulum ENP ad quadratum ex DN; et, componendo, erit ſumma quadratorum ex GE, FL ad quadratum ex FL ut quadratum ex DE ad quadratum ex DN; et eſt quadratum ex DE ad quadratum ex DN ut quadratum ex FG ad quadratum ex FK; quare erit ſumma quadratorum ex FL, GE ad quadratum ex FL ut quadratum ex FG ad quadratum ex FK; et, invertendo, erit quadratum ex FL ad ſummam quadratorum ex GE, FL ut quadratum ex FK ad quadratum ex FG; quare, alternando, erit quadratum ex FL ad quadratum ex FK ut ſumma quadrato-

rum

rum ex FL, GE ad quadratum ex FG. *Q. E. D.*

PROP. XXXI. *Fig.* 153. 154.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur quævis recta* DE, *rectæ* CE *occurrens in* E, *ſit recta* FG *parallela rectæ* CE, *rectæ* DE *occurrens in* G, *in* DE *ſumatur punctum* H, *ut ſit* DH *ad* HE *ut* DG *ad* GE, *ſitque quadratum ex* GH *ad quadratum ex* HD *ut quadratum ex* EK *ad rectangulum* ADB, *a punctis* D, H *inflectantur* DL, HL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* FG *occurrentes in* M, N, *et occurrat* DL *circulo in* O; *erit rectangulum* GMN *ad rectangulum* LMO *ut quadratum ex* GN *ad quadratum ex* EK.

Factum jam ſit. Ducatur CP parallela rectæ FG, rectis DL, HL occurrens in P,R; et ducatur DQ parallela rectæ FG, rectæ HL occurrens in Q.

Quoniam

Quoniam eſt rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad quadratum ex EK, erit, alternando, rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum LMO ad quadratum ex EK; et eſt quadratum ex GN ad quadratum ex DQ ut quadratum ex GH ad quadratum ex HD, hoc eſt, ut quadratum ex EK ad rectangulum ADB; quare, ex æquo, erit rectangulum GMN ad quadratum ex DQ ut rectangulum LMO ad rectangulum ADB: eſt autem quadratum ex DQ ad rectangulum DQ, MN ut DQ ad MN, hoc eſt, ut DL ad LM, hoc eſt, ut rectangulum DL,OM ad rectangulum LMO; eſt igitur, ex æquo, perturbate, rectangulum GMN ad rectangulum DQ, MN ut rectangulum DL,OM ad rectangulum ADB, hoc eſt, erit GM ad DQ ut rectangulum DL,OM ad rectangulum ADB; et eſt DQ ad PR ut DL ad LP, hoc eſt [3. h. lib. 1.], ut DO ad OP, hoc eſt, ut rectangulum LDO, vel ADB, ad rectangulum LD,OP; quare, ex æquo, erit GM ad PR ut rectangulum DL,OM ad rectangulum DL,OP, hoc eſt, ut OM ad OP; in recta igitur ſunt puncta

O, R, G. Quod quidem [4. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [4. h.] in recta ſunt puncta O, R, G, erit GM ad PR ut MO ad OP, hoc eſt, ut rectangulum DL, OM ad rectangulum DL, OP; et eſt PR ad DQ ut LP ad DL, hoc eſt [3. h. lib. 1.], ut PO ad OD, hoc eſt, ut rectangulum DL, OP ad rectangulum LDO, vel ADB; quare, ex æquo, erit GM ad DQ ut rectangulum DL, OM ad rectangulum ADB, hoc eſt, erit rectangulum GMN ad rectangulum DQ, MN ut rectangulum DL, OM ad rectangulum ADB; et eſt rectangulum DQ, MN ad quadratum ex DQ ut MN ad DQ, hoc eſt, ut LM ad LD, hoc eſt, ut rectangulum LMO ad rectangulum LD, OM; eſt igitur, ex æquo, perturbate, rectangulum GMN ad quadratum ex DQ ut rectangulum LMO ad rectangulum ADB: et quoniam eſt quadratum ex DQ ad quadratum ex GN ut quadratum ex DH ad quadratum ex HG, hoc eſt, ut rectangulum ADB ad quadratum ex EK, erit, ex æquo, rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum

gulum LMO ad quadratum ex EK, hoc eſt, erit rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad quadratum ex EK. *Q. E. D.*

PROP. XXXII. *Fig.* 155. 156.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur quævis recta* DE, *rectæ* CE *occurrens in* E, *ſit recta* FG *parallela rectæ* CE, *rectæ* DE *occurrens in* G, *et circulo in* H, K, *in* DE *ſumatur punctum* L, *ut ſit* DL *ad* LE *ut* DG *ad* GE, *ſitque quadratum ex* GL *ad quadratum ex* LD *ut quadratum ex* EM *ad rectangulum* ADB, *a punctis* D, L *inflectantur* DN, LN, *ad punctum quodvis* N *in circulo, rectæ* HK *occurrentes in* O, P; *erit rectangulum* GOP *ad rectangulum* HOK *ut quadratum ex* GP *ad quadratum ex* EM.

Factum jam ſit. Occurrat DN circulo in Q. Quoniam eſt rectangulum GOP ad rectangu-

lum HOK ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM, et eſt rectangulum HOK æquale rectangulo NOQ, erit rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM. Quod quidem [31. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [31. h.] rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM, et eſt rectangulum NOQ æquale rectangulo HOK, erit rectangulum GOP ad rectangulum HOK ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM. *Q. E. D.*

PROP. XXXIII. *Fig.* 157. 158.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit* CE *normalis rectæ* AB, *ducatur* DE, *rectæ* CE *occurrens in* E, *ſit recta* BF, *circulum contingens in* B, *occurratque rectæ* DE *in* F, *in* DE *ſumatur punctum* G, *ut ſit* DG *ad* GE *ut* DF *ad* FE, *ſitque quadratum ex* FG *ad quadratum ex* GD *ut quadratum*

dratum ex EH *ad rectangulum* ADB, *a punctis* D, G *inflectantur* DK, GK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* BF *occurrentes in* L, M; *erit rectangulum* FLM *ad quadratum ex* LB *ut quadratum ex* FM *ad quadratum ex* EH.

Factum jam ſit. Occurrat DK circulo in N. Quoniam eſt rectangulum FLM ad quadratum ex LB ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH, et eſt quadratum ex LB æquale rectangulo KLN, erit rectangulum FLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH. Quod quidem [31. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [31. h.] rectangulum FLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH, et eſt rectangulum KLN æquale quadrato ex LB, erit rectangulum FLM ad quadratum ex LB ut quadratum ex FM ad quadratum ex EH. *Q. E. D.*

PROP.

PROP. XXXIV. *Fig.* 159. 160.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* CE *normalis rectæ* AB, *et ducatur quævis recta* DE, *rectæ* CE *occurrens in* E, *ſit recta* FG *extra circulum normalis rectæ* AB, *ipſi occurrens in* F, *et rectæ* DE *in* G, *in* FG *ſumatur* FH, *ſitque quadratum ex* FH *æquale rectangulo* AFB, *et producatur* HF *ad* K, *ut ſit* FK *æqualis ipſi* FH, *in* DE *ſumatur punctum* L, *ut ſit* DL *ad* LE *ut* DG *ad* GE, *ſitque quadratum ex* GL *ad quadratum ex* LD *ut quadratum ex* EM *ad rectangulum* ADB, *a punctis* D, L *inflectantur* DN, LN, *ad punctum quodvis* N *in circulo, rectæ* FG *occurrentes in* O, P; *erit rectangulum* GOP *ad ſummam quadratorum ex* OH, OK *ut quadratum ex* GP *ad duplum quadrati ex* EM.

Factum jam ſit. Occurrat DN circulo in Q. Quoniam eſt rectangulum GOP ad ſummam

ſummam quadratorum ex HO,OK ut quatum ex GP ad duplum quadrati ex EM, et eſt ſumma quadratorum ex HO,OK æqualis [15. h. lib. 1.] duplo rectanguli NOQ, erit rectangulum GOP ad duplum rectanguli NOQ ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM; quare erit rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM. Quod quidem [31.h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [31. h.] rectangulum GOP ad rectangulum NOQ ut quadratum ex GP ad quadratum ex EM, erit rectangulum GOP ad duplum rectangli NOQ ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM: eſt autem duplum rectangli NOQ æquale [15. h. lib. 1.] ſummæ quadratorum ex HO, OK; eſt igitur rectangulum GOP ad ſummam quadratorum ex HO, OK ut quadratum ex GP ad duplum quadrati ex EM. *Q. E. D.*

PROP. XXXV. *Fig.* 161.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta*

cta C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* D *extra circulum, ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *et per punctum* C *ducatur quævis recta* CE, *rectæ* DE *occurrens in* E, *ducatur* CF *parallela rectæ* DE, *circulo occurrens in* F, *et jungantur* D, F, *ſit recta* GH *parallela rectæ* DE, *rectis* DC, DF, CE *occurrens in* G, H, K, *a punctis*, C, E *inflectantur* CL, EL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* GH *occurrentes in* M, N; *erit quadratum ex* KM *ad quadratum ex* KN *ut ſumma quadratorum ex* GM, FH *ad quadratum ex* GH.

Factum jam ſit. Occurrat CF circulo in O; jungantur D, L rectæ CF occurrens in P, et circulo in Q; et occurrant rectæ CL, EL rectis DE, CF in R, S.

Quoniam eſt quadratum ex KM ad quadratum ex KN ut ſumma quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GH, et eſt quadratum ex KN ad quadratum ex CS ut quadratum ex EK ad quadratum ex EC, hoc eſt, ut quadratum ex DG ad quadratum ex DC, hoc eſt, ut quadratum ex GH ad quadratum

dratum ex CF, erit, ex æquo, quadratum ex KM ad quadratum ex CS ut ſumma quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex CF. Quoniam vero eſt quadratum ex KM ad quadratum ex MG ut quadratum ex ER ad quadratum ex RD, hoc eſt, ut quadratum ex CS ad quadratum ex CP, alternando; erit quadratum ex KM ad quadratum ex CS ut quadratum ex GM ad quadratum ex CP; quare erit ſumma quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex CF ut quadratum ex GM ad quadratum ex CP; et, alternando, erit ſumma quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GM ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP; quare, dividendo, erit quadratum ex FH ad quadratum ex GM ut rectangulum FPO ad quadratum ex CP. Quoniam eſt quadratum ex FH ad quadratum ex FD ut quadratum ex GC ad quadratum ex GD, hoc eſt, ut quadratum ex GM ad quadratum ex DR, alternando, erit quadratum ex FH ad quadratum ex MG ut quadratum ex DF ad quadratum ex DR; quare erit quadratum ex DF ad quadratum ex DR ut rectangulum FPO ad quadratum ex CP: eſt autem qua-

dratum ex DR ad quadratum ex DL ut quadratum ex CP ad quadratum ex PL; erit igitur, ex æquo, quadratum ex DF ad quadratum ex DL ut rectangulum FPO ad quadratum ex PL. Quoniam vero [20. h. lib. 1.] contingit DF circulum in F, erit quadratum ex DF æquale rectangulo QDL, et eſt rectangulum FPO æquale rectangulo QPL, erit rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut rectangulum QPL ad quadratum ex PL: eſt autem rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut QD ad DL, et eſt rectangulum QPL ad quadratum ex PL ut QP ad PL; erit igitur QD ad DL ut QP ad PL. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [3. h. lib. 1.] QD ad DL ut QP ad PL, et eſt rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut QD ad DL, et rectangulum QPL ad quadratum ex PL ut QP ad PL, erit rectangulum QDL ad quadratum ex DL ut rectangulum QPL ad quadratum ex PL: quoniam vero contingit [20. h. lib. 1.] DF circulum in F, erit quadratum ex DF æquale rectangulo QDL, et eſt

eſt rectangulum FPO æquale rectangulo QPL, erit quadratum ex DF ad quadratum ex DL ut rectangulum FPO ad quadratum ex PL. Quoniam eſt quadratum ex DL ad quadratum ex DR ut quadratum ex PL ad quadratum ex PC, erit, ex æquo, quadratum ex DF ad quadratum ex DR ut rectangulum FPO ad quadratum ex PC. Quoniam eſt quadratum ex DF ad quadratum ex FH ut quadratum ex DC ad quadratum ex CG, hoc eſt, ut quadratum ex DR ad quadratum ex GM, alternando, erit quadratum ex DF ad quadratum ex DR ut quadratum ex FH ad quadratum ex GM; quare erit quadratum ex FH ad quadratum ex GM ut rectangulum FPO ad quadratum ex PC; et, componendo, erit ſumma quadratorum ex FH, GM ad quadratum ex GM ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP: eſt autem quadratum ex GM ad quadratum ex MK ut quadratum ex RD ad quadratum ex ER, hoc eſt, ut quadratum ex CP ad quadratum ex CS; erit igitur, ex æquo, ſumma quadratorum ex FH, GM ad quadratum ex MK ut quadratum ex CF ad quadratum ex CS; et, invertendo, erit

quadratum ex MK ad ſummam quadratorum ex FH, GM ut quadratum ex CS ad quadratum ex CF; quare, alternando, erit quadratum ex MK ad quadratum ex CS ut ſumma quadratorum ex FH, GM ad quadratum ex CF: eſt autem quadratum ex CS ad quadratum ex KN ut quadratum ex EC ad quadratum ex EK, hoc eſt, ut quadratum ex DC ad quadratum ex DG, hoc eſt, ut quadratum ex CF ad quadratum ex GH; erit igitur, ex æquo, quadratum ex KM ad quadratum ex KN ut ſumma quadratorum ex GM, FH ad quadratum ex GH. *Q. E. D.*

PROP. XXXVI. *Fig.* 162.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ſit punctum* C *extra circulum, et ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *circulo occurrens in* F, *et jungantur* C, F, *ducatur quævis recta* CE, *rectæ* DE *occurrens in* E, *ſit recta* GH *parallela rectæ* DE, *rectis* CD, CF, CE *occurrens in* G, H, K, *in* HK *producta*

productâ ſumatur GL *æqualis ipſi* GH, *a punctis* C, E *inflectantur* CM, EM, *ad punctum quodvis* M *in circulo, rectæ* GH *occurrentes in* N, O; *erit quadratum ex* KN *ad quadratum ex* KO *ut rectangulum* HNL *ad quadratum ex* FH.

Factum jam ſit. Jungantur D, M; per punctum C ducatur CP parallela rectæ DE, rectis DM, EM occurrens in P, Q; et occurrat CM rectæ DE in R.

Quoniam eſt quadratum ex KN ad quadratum ex KO ut rectangulum HNL ad quadratum ex FH, et eſt quadratum ex KO ad quadratum ex CQ ut quadratum ex KE ad quadratum ex EC, hoc eſt, ut quadratum ex FH ad quadratum ex CF, erit, ex æquo, quadratum ex KN ad quadratum ex CQ ut rectangulum HNL ad quadratum ex CF. Quoniam eſt quadratum ex KN ad quadratum ex NG ut quadratum ex ER ad quadratum ex RD, hoc eſt, ut quadratum ex QC ad quadratum ex CP, alternando, erit quadratum ex KN ad quadratum ex QC ut quadratum ex NG ad quadratum ex CP; quare erit rectangu-

lum

lum HNL ad quadratum ex FC ut quadratum ex NG ad quadratum ex CP; et, alternando, erit rectangulum HNL ad quadratum ex NG ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP; quare, componendo, erit quadratum ex HG ad quadratum ex GN ut ſumma quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP: eſt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut quadratum ex HG ad quadratum ex GN; eſt igitur quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut ſumma quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP. Quoniam [20. h. lib. 1.] contingit CF circulum in F, erit quadratum ex CF æquale rectangulo ACB; quare erit ſumma quadratorum ex FC, CP æqualis rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CP: eſt autem [14. h. lib. 1.] rectangulum ACB, ſimul cum quadrato ex CP, æquale rectangulo SPM; et eſt quadratum ex DF æquale rectangulo SDM; quare erit rectangulum SDM ad quadratum ex DR ut rectangulum SPM ad quadratum ex CP; et eſt quadratum ex RD ad quadratum ex DM ut quadratum ex CP ad quadratum ex PM; erit igitur, ex æquo, rectangulum SDM ad quadratum

quadratum ex DM ut rectangulum SPM ad quadratum ex PM: eſt autem rectangulum SDM ad quadratum ex DM ut SD ad DM; et eſt rectangulum SPM ad quadratum ex PM ut SP ad PM; eſt igitur SD ad DM ut SP ad PM. Quod quidem [3. h. lib. 1.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam eſt [3. h. lib. 1.] SD ad DM ut SP ad PM, et eſt rectangulum SDM ad quadratum ex DM ut SD ad DM, et rectangulum SPM ad quadratum ex PM ut SP ad PM, erit rectangulum SDM ad quadratum ex DM ut rectangulum SPM ad quadratum ex PM; et eſt quadratum ex DM ad quadratum ex RD ut quadratum ex PM ad quadratum ex CP; erit, ex æquo, rectangulum SDM ad quadratum ex DR ut rectangulum SPM ad quadratum ex CP. Quoniam [20. h. lib. 1.] contingit CF circulum in F, erit quadratum ex CF æquale rectangulo ACB; quare erit ſumma quadratorum ex FC, CP æqualis rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CP, hoc eſt [14. h. lib. 1.] æqualis rectangulo SPM; et eſt quadratum ex DF æquale rectangulo SDM;

quare

quare erit quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut ſumma quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP: eſt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DR ut quadratum ex HG ad quadratum ex GN; eſt igitur quadratum ex HG ad quadratum ex GN ut ſumma quadratorum ex FC, CP ad quadratum ex CP; quare, dividendo, erit rectangulum HNL ad quadratum ex GN ut quadratum ex CF ad quadratum ex CP; et, alternando, erit rectangulum HNL ad quadratum ex CF ut quadratum ex GN ad quadratum ex CP. Quoniam eſt quadratum ex KN ad quadratum ex NG ut quadratum ex ER ad quadratum ex RD, hoc eſt, ut quadratum ex CQ ad quadratum ex CP, alternando, erit quadratum ex KN ad quadratum ex CQ ut quadratum ex GN ad quadratum ex CP; quare erit quadratum ex KN ad quadratum ex CQ ut rectangulum HNL ad quadratum ex CF: eſt autem quadratum ex CQ ad quadratum ex KO ut quadratum ex CE ad quadratum ex EK, hoc eſt, ut quadratum ex CF ad quadratum ex FH; erit igitur, ex æquo, quadratum ex

KN

KN ad quadratum ex KO ut rectangulum HNL ad quadratum ex FH. *Q. E. D.*

PROP. XXXVII. *Fig.* 163.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ſit punctum* D *intra circulum, et ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *circulo occurrens in* E, *a puncto* C *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* F, G, *et rectæ* ED *in* H, *et jungantur* G, E, *ſitque* EG *ad* GH *ut quadratum ex* FG *ad rectangulum* FH,EK, *a punctis* C, F *inflectantur* CL, FL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* EG *occurrentes in* M, N; *erit rectangulum* ENM *ad quadratum ex* GN *ut* EM *ad* EK.

Factum jam ſit. Occurrat CL circulo in O; et occurrat FL rectæ DE in P; jungantur GP, PO; ducatur MR parallela rectæ FG, rectis FL, GP occurrens in Q, R; et ducatur NS parallela rectæ FG, rectis GP, DE occurrens in S, T.

Y Quoniam

Quoniam eſt rectangulum ENM ad quadratum ex GN ut EM ad EK, hoc eſt, ut rectangulum MEN ad rectangulum NEK, erit, alternando, rectangulum ENM ad rectangulum MEN ut quadratum ex GN ad rectangulum NEK, hoc eſt, erit NM ad ME ut quadratum ex GN ad rectangulum NEK: eſt autem rectangulum GMN ad rectangulum GME, vel LMO, ut NM ad ME; quare erit rectangulum GMN ad rectangulum LMO ut quadratum ex GN ad rectangulum NEK; et, alternando, erit rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum LMO ad rectangulum NEK: quoniam vero eſt rectangulum GMN ad rectangulum NMR ut GM ad MR, hoc eſt, ut GN ad NS, hoc eſt, ut quadratum ex GN ad rectangulum GNS, erit, alternando, rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut rectangulum NMR ad rectangulum GNS; quare erit rectangulum LMO ad rectangulum NEK ut rectangulum NMR ad rectangulum GNS. Quoniam eſt rectangulum NMR ad rectangulum RNQ ut NM ad MQ, hoc eſt, ut GN ad GF, hoc eſt, ut rectangulum GNS ad rectangulum

GF,NS, erit, alternando, rectangulum NMR ad rectangulum GNS ut rectangulum RMQ ad rectangulum GF,NS; quare erit rectangulum LMO ad rectangulum NEK ut rectangulum RMQ ad rectangulum GF,NS; et, alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum RMQ ut rectangulum NEK ad rectangulum GF,NS: eſt autem rectangulum LMO ad rectangulum LC,MO ut LM ad LC, hoc eſt, ut MQ ad CF, hoc eſt, ut rectangulum RMQ ad rectangulum RM,CF; et, alternando, erit rectangulum LMO ad rectangulum RMQ ut rectangulum LC,MO ad rectangulum MR,CF; quare erit rectangulum NEK ad rectangulum GF,NS ut rectangulum LC,MO ad rectangulum MR,CF: quoniam vero eſt EN ad NT ut EG ad GH, hoc eſt, ut quadratum ex FG ad rectangulum FH,EK, et eſt NT ad NS ut HF ad FG, hoc eſt, ut rectangulum FH, EK ad rectangulum FG,EK, erit, ex æquo, EN ad NS ut quadratum ex FG ad rectangulum FG,EK, hoc eſt, ut FG ad EK; quare erit rectangulum NEK æquale rectangulo GF,NS: eſt autem rectangulum NEK ad rectangulum

GF,NS ut rectangulum LC,MO ad rectangulum MR,CF; quare erit rectangulum LC,MO æquale rectangulo MR,CF; quare erit MR ad MO ut LC ad CF, hoc eſt, (quoniam eſt rectangulum LCO æquale rectangulo FCG), ut GC ad CO; in recta igitur ſunt puncta O, P, G. Quod quidem [4. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [4. h.] in recta ſunt puncta O, P, G, erit RM ad MO ut GC ad CO, hoc eſt, ut LC ad CF; quare erit rectangulum RM, CF æquale rectangulo LC,OM. Quoniam eſt SN ad NT ut GF ad FH, hoc eſt, ut rectangulum FG,EK ad rectangulum FH,EK, et eſt NT ad NE ut HG ad GE, hoc eſt, ut rectangulum FH,EK ad quadratum ex FG, erit, ex æquo, SN ad NE ut rectangulum FG,EK ad quadratum ex FG, hoc eſt, ut EK ad FG; quare erit rectangulum NEK æquale rectangulo GF,NS: et quoniam eſt rectangulum RM,CF æquale rectangulo LC,OM, erit rectangulum NEK ad rectangulum GF,NS ut rectangulum LC,MO ad rectangulum MR,CF: eſt autem rectangulum

LC,MO

LC,MO ad rectangulum LMO ut LC ad LM, hoc eſt, ut CF ad MQ, hoc eſt, ut rectangulum MR, CF ad rectangulum RMQ; et, alternando, erit rectangulum LC, MO ad rectangulum MR, CF ut rectangulum LMO ad rectangulum RMQ; quare erit rectangulum NEK ad rectangulum GF,NS ut rectangulum LMO ad rectangulum RMQ; et, alternando, erit rectangulum NEK ad rectangulum LMO ut rectangulum GF,NS ad rectangulum RMQ: eſt autem rectangulum GF,NS ad rectangulum GNS ut GF ad GN, hoc eſt, ut MQ ad MN, hoc eſt, ut rectangulum RMQ ad rectangulum NMR; et, alternando, erit rectangulum GF,NS ad rectangulum RMQ ut rectangulum GNS ad rectangulum NMR; quare erit rectangulum NEK ad rectangulum LMO ut rectangulum GNS ad rectangulum NMR. Quoniam eſt rectangulum GNS ad quadratum ex GN ut NS ad GN, hoc eſt, ut RM ad MG, hoc eſt, ut rectangulum NMR ad rectangulum GMN, erit, alternando, rectangulum GNS ad rectangulum NMR ut quadratum ex GN ad rectangulum GMN; et,

alternando,

alternando, erit rectangulum NEK ad quadratum ex GN ut rectangulum LMO, vel GME, ad rectangulum GMN, hoc eſt, ut ME ad MN, hoc eſt, ut rectangulum MEN ad rectangulum ENM; et, alternando, erit rectangulum NEK ad rectangulum MEN ut quadratum ex GN ad rectangulum GMN, hoc eſt, erit KE ad EM ut quadratum ex GN ad rectangulum GMN; quare erit rectangulum GMN ad quadratum ex GN ut ME ad EK. *Q. E. D.*

PROP. XXXVIII. *Fig.* 164. 165.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *a puncto* C *ducatur quævis recta, circulo occurrens in* F, G, *et rectæ* DE *in* H, *et ducatur* GE, *rectæ* DE *occurrens in* E, *et circulo in* K, *ſitque* EG *ad* GH *ut quadratum ex* FG *ad rectangulum* FH, KL, *a punctis* C, F *inflectantur rectæ, ad punctum quodvis* M *in circulo, rectæ* GE *occurrentes in*

N, O;

N, O; *erit rectangulum* EON *ad quadratum ex* GO *ut* NK *ad* KL.

Factum jam ſit. Occurrat CM circulo in P; et occurrat FM rectæ DE in Q; jungantur GQ, QP; ducatur NR parallela rectæ CF, rectis FM, GQ occurrens in R, S; et ducatur OT parallela rectæ CF, rectis DE, GQ occurrens in T, V.

Quoniam eſt rectangulum EON ad quadratum ex GO ut NK ad KL, hoc eſt, ut rectangulum EO, KN ad rectangulum EO, KL, erit, alternando, rectangulum EON ad rectangulum EO,NK ut quadratum ex GO ad rectangulum EO,KL, hoc eſt, erit ON ad NK ut quadratum ex GO ad rectangulum EO,KL: eſt autem ON ad NK ut rectangulum GNO ad rectangulum GNK, vel MNP; quare erit rectangulum GNO ad rectangulum MNP ut quadratum ex GO ad rectangulum EO,KL; et, alternando, erit rectangulum GNO ad quadratum ex GO ut rectangulum MNP ad rectangulum EO,KL: quoniam vero eſt rectangulum GNO ad rectangulum ONS ut GN ad NS, hoc eſt, ut GO ad OV, hoc

hoc eſt, ut quadratum ex GO ad rectangulum GOV, erit, alternando, rectangulum GNO ad quadratum ex GO ut rectangulum ONS ad rectangulum GOV; quare erit rectangulum ONS ad rectangulum GOV ut rectangulum MNP ad rectangulum EO,KL. Quoniam eſt rectangulum ONS ad rectangulum SNR ut ON ad NR, hoc eſt, ut OG ad GF, hoc eſt, ut rectangulum GOV ad rectangulum GF,OV, erit, alternando, rectangulum ONS ad rectangulum GOV ut rectangulum SNR ad rectangulum GF,OV; quare erit rectangulum SNR ad rectangulum GF,OV ut rectangulum MNP ad rectangulum EO,KL; et, alternando, erit rectangulum SNR ad rectangulum MNP ut rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL. Quoniam vero eſt rectangulum SNR ad rectangulum SN,CF ut NR ad CF, hoc eſt, ut MN ad MC, hoc eſt, ut rectangulum MNP ad rectangulum MC,NP, erit, alternando, rectangulum SNR ad rectangulum MNP ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP; quare erit rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SN,CF ad rectangulum

gulum MC,NP. Quoniam vero eſt EO ad OT ut EG ad GH, hoc eſt, ut quadratum ex FG ad rectangulum FH,KL, et eſt OT ad OV ut FH ad FG, hoc eſt, ut rectangulum FH,KL ad rectangulum FG,KL, erit, ex æquo, EO ad OV ut quadratum ex FG ad rectangulum FG,KL, hoc eſt, ut FG ad KL; quare erit rectangulum GF,OV æquale rectangulo EO,KL: eſt autem rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP; quare erit rectangulum SN,CF æquale rectangulo MC,NP; quare erit SN ad NP ut MC ad CF: quoniam vero eſt rectangulum MCP æquale rectangulo GCF, erit MC ad CF ut GC ad CP; eſt igitur SN ad NP ut GC ad CP; in recta igitur ſunt puncta G, Q, P. Quod [4. h.] quidem ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam [4. h.] in recta ſunt puncta G, Q, P, erit SN ad NP ut GC ad CP. Quoniam eſt rectangulum MCP æquale rectangulo GCF, erit GC ad CP ut MC ad CF; quare erit SN ad NP ut MC ad CF; erit igitur rectangulum SN,CF æquale re-

ctangulo MC,NP: et quoniam eſt EO ad OT ut EG ad GH, hoc eſt, ut quadratum ex FG ad rectangulum FH,KL, et eſt OT ad OV ut FH ad FG, hoc eſt, ut rectangulum FH,KL ad rectangulum FG,KL, erit EO ad OV ut quadratum ex FG ad rectangulum FG,KL, hoc eſt, ut FG ad KL; quare erit rectangulum GF,OV æquale rectangulo EO,KL: et quoniam eſt rectangulum SN,CF æquale rectangulo MC,NP, erit rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP. Quoniam eſt rectangulum SNR ad rectangulum SN,CF ut NR ad CF, hoc eſt, ut NM ad MC, hoc eſt, ut rectangulum MNP ad rectangulum MC,NP, erit, alternando, rectangulum SNR ad rectangulum MNP ut rectangulum SN,CF ad rectangulum MC,NP; quare erit rectangulum GF,OV ad rectangulum EO,KL ut rectangulum SNR ad rectangulum MNP; et, alternando, erit rectangulum GF,OV ad rectangulum SNR ut rectangulum EO,KL ad rectangulum MNP; et quoniam eſt rectangulum GOV ad rectangulum GF,OV ut GO ad GF, hoc eſt,

ut

ut ON ad NR, hoc eſt, ut re
ONS ad rectangulum SNR, erit,
do; rectangulum GOV ad re
ONS ut rectangulum GF,OV ad
lum SNR, hoc eſt, ut rectangulu
ad rectangulum MNP. Quonia
ctangulum GOV ad quadratum
OV ad OG, hoc eſt, ut SN ad
eſt, ut rectangulum ONS ad re
GNO, erit, alternando, rectangu
ad rectangulum ONS ut quadratu
ad rectangulum GNO; quare e
gulum EO,KL ad rectangulum
quadratum ex OG ad rectangulu
et, alternando, erit rectangulum
ad quadratum ex OG ut rectangul
vel GNK, ad rectangulum GNO
ut KN ad NO, hoc eſt, ut re
KN,EO ad rectangulum EON;
nando, erit rectangulum EO,K
ctangulum EO,NK ut quadratu
ad rectangulum EON, hoc eſt, e
NK ut quadratum ex OG ad re
EON; quarè erit rectangulum
quadratum ex OG ut NK ad KL.

PROP. XXXIX. *Fig.* 166. 167.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ducatur* DE *normalis rectæ* AB, *et ducatur* CF, *rectæ* DE *occurrens in* F, *in* CF *ſumantur* G, H *puncta, ſitque* CG *ad* GF *ita* CH *ad* HF, *per punctum* H *ducatur recta* HK, *rectæ* DE *occurrens in* K, *ſit* GF *ad* GH *ut* FH *ad* HL, *et rectangulum* GCH *ad rectangulum* ACB *ut rectangulum* GHL *ad rectangulum* HKV, *a punctis* C, G *inflectantur* CM, GM, *ad punctum quodvis* M *in circulo, rectæ* HK *occurrentes in* N, O, *et occurrat* CM *circulo in* T; *erit rectangulum* HNO *ad rectangulum* MNT *ut quadratum ex* OH *ad rectangulum* OKV.

Factum jam ſit. Occurrat GM rectæ DE in X; jungantur XH, XT; ducatur NP parallela rectæ CG, rectis GM, HX occurrens in P, Q; et ducatur OR parallela rectæ CG, rectis DE, HX occurrens in R, S.

Quoniam



Quoniam eſt rectangulum HNO ad re-tangulum MNT ut quadratum ex OH ad ectangulum OKV, erit, alternando, re-ctangulum HNO ad quadratum ex OH ut rectangulum MNT ad rectangulum OKV: quoniam vero eſt rectangulum HNO ad rectangulum ONQ ut HN ad NQ, hoc eſt, ut HO ad OS, hoc eſt, ut quadratum ex OH ad rectangulum HOS, erit, alternando, rectangulum HNO ad quadratum ex OH ut rectangulum ONQ ad rectangulum HOS; quare erit rectangulum MNT ad rectangulum OKV ut rectangulum ONQ ad rectangulum HOS. Quoniam eſt rectangulum ONQ ad rectangulum QNP ut ON ad NP, hoc eſt, ut OH ad HG, hoc eſt, ut rectangulum HOS ad rectangulum OS,GH, erit, alternando, rectangulum ONQ ad rectangulum HOS ut rectangulum QNP ad rectangulum OS,GH; quare erit rectangulum MNT ad rectangulum OKV ut rectangulum QNP ad rectangulum OS,GH; et, alternando, erit rectangulum MNT ad rectangulum QNP ut rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH: eſt autem rectangulum MNT ad rectangulum

MC,TN

MC,TN ut NM ad MC, hoc eſt, ut NP ad CG, hoc eſt, ut rectangulum QNP ad rectangulum QN,CG; et, alternando, erit rectangulum MNT ad rectangulum QNP ut rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG; quare erit rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH ut rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG. Rurſus, quoniam eſt OK ad OR ut KH ad HF, et OR ad OS ut GF ad GH, hoc eſt, ut FH ad HL, erit, ex æquo, KO ad OS ut KH ad HL; et, alternando, erit OK ad KH ut OS ad HL: eſt autem rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut OK ad KH, et rectangulum OS,GH ad rectangulum GHL ut OS ad HL; quare erit rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut rectangulum OS,GH ad rectangulum GHL; et, alternando, erit rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL; eſt igitur rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL, hoc eſt, ut rectangulum MCT ad rectangulum GCH; et, alternando, erit rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut rectan-

gulum

gulum QN,CG ad rectangulum GCH: eſt autem rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut TN ad TC, et rectangulum QN,CG ad rectangulum GCH ut QN ad CH; eſt igitur TN ad TC ut QN ad CH; in recta igitur ſunt puncta T, X, H. Quod quidem [4.h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam in recta [4.h.] ſunt puncta T, X, H, erit TN ad TC ut QN ad CH: eſt autem rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut TN ad TC, et rectangulum QN,CG ad rectangulum GCH ut QN ad CH; quare erit rectangulum MC,TN ad rectangulum MCT ut rectangulum QN, CG ad rectangulum GCH; et, alternando, erit rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG ut rectangulum MCT, vel ACB, ad rectangulum GCH, hoc eſt, ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL. Quoniam eſt OK ad OR ut KH ad HF, et OR ad OS ut GF ad GH, hoc eſt, ut FH ad HL, erit OK ad OS ut KH ad HL; et, alternando, erit OK ad KH ut OS ad HL: eſt autem rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut OK ad KH,

et

et rectangulum OS,GH ad rectangulum GHL ut OS ad HL; quare erit rectangulum OKV ad rectangulum HKV ut rectangulum OS,GH ad rectangulum GHL; et, alternando, erit rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH ut rectangulum HKV ad rectangulum GHL, hoc eſt, ut rectangulum MCT, vel ACB, ad rectangulum GCH, hoc eſt, ut rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG: eſt autem rectangulum MNT ad rectangulum MC,TN ut MN ad MC, hoc eſt, ut NP ad CG, hoc eſt, ut rectangulum QNP ad rectangulum QN,CG; et, alternando, erit rectangulum MNT ad rectangulum QNP ut rectangulum MC,TN ad rectangulum QN,CG, hoc eſt, ut rectangulum OKV ad rectangulum OS,GH; et, alternando, erit rectangulum MNT ad rectangulum OKV ut rectangulum QNP ad rectangulum OS,GH. Quoniam eſt rectangulum ONQ ad rectangulum QNP ut ON ad NP, hoc eſt, ut OH ad HG, hoc eſt, ut rectangulum HOS ad rectangulum OS,GH, erit, alternando, rectangulum ONQ ad rectangulum HOS ut rectangulum QNP ad rectangulum

rectangulum OS,GH; quare erit rectangulum ONQ ad rectangulum HOS ut rectangulum MNT ad rectangulum OKV: quoniam vero eſt rectangulum HNO ad rectangulum ONQ ut HN ad NQ, hoc eſt, ut HO ad OS, hoc eſt, ut quadratum ex OH ad rectangulum HOS, erit, alternando, rectangulum HNO ad quadratum ex OH ut rectangulum ONQ ad rectangulum HOS, hoc eſt, ut rectangulum MNT ad rectangulum OKV. *Q. E. D.*

PROP. XL. *Fig.* 168. 169.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ducantur* CE, DF *normales rectæ* AB, *in* CE *ſumantur puncta* E, G, *ſitque* CE *æqualis ipſi* CG, *per punctum* G *ducatur quavis recta* GF, *rectæ* DF *occurrens in* F, *et ſit quadratum ex* GC *ad quadratum ex* GE *ut rectangulum* ACB *ad rectangulum* GFH, *a punctis* C, E *inflectantur* CK, EK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, recta* FG *occurrentes in* L, M, *et occurrat*

CK *circulo in* N; *erit rectangulum* GLM *ad rectangulum* KLN *ut quadratum ex* GM *ad rectangulum* MFH.

Factum jam ſit. Occurrat EK rectæ DF in O; et jungantur G, O; ducatur LP parallela rectæ DF, rectis GO, EK occurrens in P, R; et ducatur MQ parallela rectæ DF, rectæ GO occurrens in Q.

Quoniam eſt rectangulum GLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex GM ad rectangulum MFH, erit, alternando, rectangulum GLM ad quadratum ex GM ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH. Quoniam eſt rectangulum PLM ad rectangulum GLM ut PL ad LG, hoc eſt, ut QM ad MG, hoc eſt, ut rectangulum QMG ad quadratum ex MG, erit, alternando, rectangulum PLM ad rectangulum QMG ut rectangulum GLM ad quadratum ex GM, hoc eſt, ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH: quoniam vero eſt rectangulum PLR ad rectangulum PLM ut LR ad LM, hoc eſt, ut EG ad GM, hoc eſt, ut rectangulum EG,MQ ad rectangulum QMG, erit, alternando, rectangulum PLR ad rectangulum

lum EG,MQ ut rectangulum PLM ad rectangulum QMG, hoc eſt, ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH; et, alternando, erit rectangulum PLR ad rectangulum KLN ut rectangulum EG,MQ ad rectangulum MFH. Quoniam eſt rectangulum PL,GC ad rectangulum PLR ut GC, vel CE, ad LR, hoc eſt, ut CK ad KL, hoc eſt, ut rectangulum CK,LN ad rectangulum KLN, erit, alternando, rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN ut rectangulum PLR ad rectangulum KLN, hoc eſt, ut rectangulum EG,MQ ad rectangulum MFH: quoniam vero eſt quadratum ex GE ad rectangulum EG,MQ ut GE ad MQ, hoc eſt, ut EO ad OM, hoc eſt, ut GF ad FM, hoc eſt, ut rectangulum GFH ad rectangulum MFH, erit, alternando, quadratum ex EG ad rectangulum GFH ut rectangulum EG,MQ ad rectangulum MFH, hoc eſt, ut rectangulum PL,CG ad rectangulum CK,LN. Quoniam eſt quadratum ex GC ad quadratum ex GE ut rectangulum ACB, vel KCN, ad rectangulum GFH, erit, alternando, quadratum ex GC ad rectangulum KCN ut quadratum ex

GE ad rectangulum GFH, hoc eſt, ut rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN; et, alternando, erit quadratum ex GC ad rectangulum PL,GC ut rectangulum KCN ad rectangulum CK,LN, hoc eſt, erit GC ad PL ut CN ad NL; in recta igitur ſunt puncta G, N, O. Quod quidem [5. h.] ita ſe habet.

Componetur autem ſic. Iiſdem conſtructis. Quoniam in recta ſunt [5. h.] puncta G, N, O, erit GC ad PL ut CN ad NL; quare erit quadratum ex GC ad rectangulum PL,GC ut rectangulum KCN ad rectangulum CK,LN; et, alternando, erit quadratum ex GC ad rectangulum KCN ut rectangulum PL, CG ad rectangulum CK,LN. Quoniam eſt quadratum ex GC ad quadratum ex GE ut rectangulum ACB, vel KCN, ad rectangulum GFH, erit, alternando, quadratum ex GC ad rectangulum KCN ut quadratum ex GE ad rectangulum GFH; quare erit quadratum ex GE ad rectangulum GFH ut rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN. Quoniam eſt quadratum ex GE ad rectangulum EG,MQ ut GE ad MQ, hoc eſt, ut

EQ

EO ad OM, hoc eſt, ut GF ad FM, hoc eſt, ut rectangulum GFH ad rectangulum MFH, erit, alternando, quadratum ex GE ad rectangulum GFH ut rectangulum EG,MQ ad rectangulum MFH; quare erit rectangulum EG,MQ ad rectangulum MFH ut rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN: quoniam vero eſt rectangulum PL,GC ad rectangulum PLR ut GC, vel CE, ad LR, hoc eſt, ut CK ad KL, hoc eſt, ut rectangulum CK,LN ad rectangulum KLN, erit, alternando, rectangulum PL,GC ad rectangulum CK,LN ut rectangulum PLR ad rectangulum KLN; quare erit rectangulum PLR ad rectangulum KLN ut rectangulum EG,MQ ad rectangulum MFH; et, alternando, erit rectangulum PLR ad rectangulum EG,MQ ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH. Quoniam eſt rectangulum PLM ad rectangulum PLR ut LM ad LR, hoc eſt, ut MG ad GE, hoc eſt, ut rectangulum QMG ad rectangulum EG,MQ, erit, alternando, rectangulum PLM ad rectangulum QMG ut rectangulum PLR ad rectangulum EG,MQ, hoc eſt, ut rectangulum KLN ad rectangulum

lum MFH: quoniam vero eſt rectangulum GLM ad rectangulum PLM ut GL ad LP, hoc eſt, ut GM ad MQ, hoc eſt, ut quadratum ex GM ad rectangulum QMG, erit, alternando, rectangulum GLM ad quadratum ex GM ut rectangulum PLM ad rectangulum QMG, hoc eſt, ut rectangulum KLN ad rectangulum MFH; et, alternando, erit rectangulum GLM ad rectangulum KLN ut quadratum ex GM ad rectangulum MFH. *Q. E. D.*

PROP. XLI.

Sint rectæ A, B, C, D; E, F, G, H, *ſitque ut* A *ad* B *ita* C *ad* D, *et ut* E *ad* F *ita* G *ad* H; *erit rectangulum* A,E *ad rectangulum* B,F *ut rectangulum* C,G *ad rectangulum* D,H.

Eſt enim rectangulum A,E ad rectangulum B,E ut A ad B, hoc eſt, ut C ad D, hoc eſt, ut rectangulum C,G ad rectangulum D,G, et eſt rectangulum B,E ad rectangulum B,F ut E ad F, hoc eſt, ut G ad H, hoc eſt, ut rectangulum D,G ad re-

ctangulum

ctangulum D,H; quare, ex æquo, erit rectangulum A,E ad rectangulum B,F ut rectangulum C,G ad rectangulum D,H. *Q. E. D.*

PROP. XLII. *Fig.* 170.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* C *intra circulum, et ducatur* CE *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* E, *in* CE *ſumantur duo puncta* F, G, *ad eaſdem partes puncti* C, *ſitque rectangulum* FCG *æquale quadrato ex* CE, *a punctis* F, G *inflectantur* FH, GH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, circulo occurrentes in* K, L, *et per punctum* D *ducatur recta* DM *parallela rectæ* CE, *rectis* FH, GH *occurrens in* M, N; *erit rectangulum* HMK *ad rectangulum* HNL *ut rectangulum* HFK *ad rectangulum* HGL.

Quoniam eſt rectangulum FCG æquale quadrato ex CE, et eſt AC ad CB ut AD ad DB, in recta ſunt puncta K, L, D [33. h. lib. 1.]; occurratque rectæ CF, in O; erit igitur

[3. h.

[3. h. lib. 1.] DK ad KO ut DL ad LO: eſt autem MK ad KF ut DK ad KO, et NL ad LG ut DL ad LO; quare erit MK ad KF ut NL ad LG: et quoniam eſt MH ad HF ut NH ad HG, erit [41. h.] rectangulum HMK ad rectangulum HFK ut rectangulum HNL ad rectangulum HGL; et, alternando, erit rectangulum HMK ad rectangulum HNL ut rectangulum HFK ad rectangulum HGL. *Q. E. D.*

PROP. XLIII. *Fig.* 171.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* C *extra circulum, ducatur* CE *normalis rectæ* AC, *et in* CE *ſumantur duo puncta* F, G, *ad diverſas partes puncti* C, *ſitque rectangulum* FCG *æquale rectangulo* ACB, *et a punctis* F, G *inflectantur* FH, GH, *ad punctum quodvis* H *in circulo, circulo occurrentes in* K, L, *a puncto* D *ducatur* DM *parallela rectæ* CE, *rectis* FH, GH *occurrens in* M, N; *erit rectangulum* HMK *ad rectangulum* HNL *ut*

ut rectangulum HFK *ad rectangulum* HGL.

Quoniam eſt rectangulum FCG æquale rectangulo ACB, et eſt AC ad CB ut AD DB, in recta ſunt puncta K, L, D [34. h. lib. 1.]; occurrat juncta KL rectæ CE in O; erit igitur [3. h. lib. 1.] DK ad KO ut DL ad LO: eſt autem MK ad KF ut DK ad KO, et NL ad LG ut DL ad LO; quare erit MK ad KF ut NL ad LG: et quoniam eſt MH ad HF ut NH ad HG, erit [41. h. lib. 1.] rectangulum HMK ad rectangulum HFK ut rectangulum HNL ad rectangulum HGL; et, alternando, erit rectangulum HMK ad rectangulum HNL ut rectangulum HFK ad rectangulum HGL. *Q. E. D.*

PROP. XLIV. *Fig.* 172.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* D *intra circulum, ducatur* DE *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* E, F, *per punctum* C *duca-*

tur CG *parallela rectæ* DE, *et in* CG *ſumantur duo puncta* G, H, *ad diverſas partes puncti* C, *ſitque rectangulum* GCH *æquale rectangulo* ACB, *a punctis* G, H *inflectantur rectæ* GK, HK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* EF *occurrentes in* L, M; *erit rectangulum* ELF *ad rectangulum* EMF *ut* GC *ad* CH.

Factum jam ſit. Occurrant rectæ GK, HK circulo in N, O. Quoniam eſt rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GC ad CH, et eſt rectangulum ELF æquale rectangulo KLN, et rectangulum EMF æquale rectangulo KMO, erit rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut GC ad CH, hoc eſt, ut rectangulum CGH ad rectangulum CHG: quoniam vero eſt rectangulum GCH æquale rectangulo ACB, erit rectangulum CGH æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CG, hoc eſt, æquale rectangulo KGN, et rectangulum CHG æquale rectangulo ACB, ſimul cum quadrato ex CH, hoc eſt, æquale rectangulo KHO; quare erit rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut rectangulum KGN ad rectangu-

lum

lum KHO. Quod quidem [43. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt [43. h.] rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut rectangulum KGN ad rectangulum KHO, et eſt rectangulum KGN æquale quadrato ex CG, ſimul cum rectangulo ACB, vel GCH, hoc eſt, æquale rectangulo CGH, et rectangulum KHO æquale quadrato ex CH, ſimul cum rectangulo ACB, vel GCH, hoc eſt, æquale rectangulo CHG, erit rectangulum KLN ad rectangulum KMO ut rectangulum CGH ad rectangulum CHG, hoc eſt, ut CG ad CH: eſt autem rectangulum KLN æquale rectangulo ELF, et rectangulum KMO æquale rectangulo EMF; quare erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF, ut GC ad CH. *Q. E. D.*

PROP. XLV. *Fig.* 173.

Sit recta AB *biſecta in* C, *et in ipſa ſumantur duo puncta* D, E, *ad eaſdem partes puncti* C, *ſitque rectangulum* DCE *æquale qua-*

drato ex AC; *erit rectangulum* ADB *ad rectangulum* AEB *ut* DC *ad* CE.

Quoniam eſt quadratum ex DC æquale rectangulo EDC, ſimul cum rectangulo ECD, et eſt rectangulum ECD æquale quadrato ex AC, ablato quadrato ex AC ex utriſque, erit rectangulum ADB æquale rectangulo EDC: et quoniam eſt quadratum ex AC æquale rectangulo ECD, ablato quadrato ex EC ex utriſque, erit rectangulum AEB æquale rectangulo DEC; quare erit rectangulum ADB ad rectangulum AEB ut rectangulum EDC ad rectangulum DEC, hoc eſt, ut DC ad CE. *Q. E. D.*

PROP. XLVI. *Fig.* 174.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* C *intra circulum, et ducatur* CE *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* E, *in* CE *ſumantur duo puncta* F, G, *ad eaſdem partes puncti* C, *ſitque rectangulum* FCG *æquale quadrato ex* CE, *et*

ducatur

ducatur DH *parallela recta*
ſumatur punctum H, *ut ſit*
DH *æquale rectangulo* ADB,
qualis DH, *a punctis* F, (
FL, GL, *ad punctum quodvi*
rectæ HK *occurrentes in* M,
ma quadratorum ex MH, M
quadratorum ex NH, NK *u*

Factum jam ſit. Occurrat (
O, occurrantque rectæ FL, G
P, Q. Quoniam eſt ſumma
ex MH, MK ad ſummam qu
NH, NK ut CF ad CG, et eſt
ad CG ut rectangulum EFO ad
EGO, hoc eſt, ut rectangulum
ctangulum LGQ, erit ſumma
ex MH, MK ad ſummam qua
NH, NK ut rectangulum LF
lum LGQ: Quoniam vero eſt [
ſumma quadratorum ex MH,
duplo rectanguli LMP, et ſun
torum ex NH, NK æqualis du
li LNQ, erit rectangulum LM
gulum LNQ ut rectangulum

ctangulum LGQ. Quod quidem [42. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt [42. h.] rectangulum LMP ad rectangulum LNQ ut rectangulum LFP ad rectangulum LGQ, hoc eſt, ut rectangulum EFO ad rectangulum EGO, et eſt duplum rectanguli LMP æquale ſummæ quadratorum ex MH, MK, et duplum rectanguli LNQ æquale ſummæ quadratorum ex NH, NK, erit ſumma quadratorum ex MH, MK ad ſummam quadratorum ex NH, NK ut rectangulum EFO ad rectangulum EGO: eſt autem [45. h.] rectangulum EFO ad rectangulum EGO ut FC ad CG; quare erit ſumma quadratorum ex MH, MK ad ſummam quadratorum ex NH, NK ut FC ad CG. *Q.E.D.*

PROP. XLVII. *Fig.* 175.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* C *intra circulum, et ducatur* CE *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* E, F, *per punctum* D *ducatur* DG *parallela*

parallela rectæ CE, *ſitque quadratum ex* DG *æquale rectangulo* ADB, *et in* DG *ſumatur* DH *æqualis rectæ* DG, *a punctis* G, H *inflectantur* GK, HK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* EF *occurrentes in* L, M; *erit ſumma quadratorum ex* CL, CM *æqualis duplo quadrati ex* CE.

Factum jam ſit. Quoniam eſt ſumma quadratorum ex CL, CM æqualis duplo quadrati ex CE, ablato quadrato ex CE ex utriſque, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CM, æquale quadrato ex CE, vel CF; quare, ablato quadrato ex CM ex utriſque, erit rectangulum ELF æquale rectangulo EMF: eſt autem [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut DG ad DH; quare erit DH æqualis rectæ DG. *Q. Q. V.*

Compoſitio. Quoniam eſt DH æqualis rectæ DG, et eſt [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut DG ad DH, erit rectangulum ELF æquale rectangulo EMF; et, addito quadrato ex CM utriſque, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CM, æquale quadrato ex CF, vel CE;

quare,

quare, addito quadrato ex CE utriſque, erit ſumma quadratorum ex CL, CM æqualis duplo quadrati ex CE. *Q. E. D.*

PROP. XLVIII. *Fig.* 176.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *ſitque punctum* C *intra circulum, et ducatur* CE *normalis diametro* AB, *circulo occurrens in* E, *in* CE *ſumantur duo puncta* F, G, *ad eaſdem partes puncti* C, *ſitque rectangulum* FCG *æquale quadrato ex* CE, *per punctum* D *ducatur* DH *parallela rectæ* CE, *et ſit quadratum ex* DH *æquale rectangulo* ADB, *et in* DH *ſumatur* DK *æqualis rectæ* DH, *a punctis* H, K *inflectantur* HL, KL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* CE *occurrentes in* M, N; *erit ſumma quadratorum ex* FM, FN *ad ſummam quadratorum ex* GM, GN *ut* FC *ad* CG.

Factum jam ſit. Jungantur LF, LG, rectæ HK occurrentes in O, P. Quoniam eſt ſumma quadratorum ex FM, FN

ad

rallela rectæ EF, *in* DG *ſumantur duo puncta* G, H, *ad diverſas partes puncti* D, *ſitque rectangulum* GDH *æquale rectangulo* ADB, *a punctis* G, H *inflectantur* GK, HK, *ad punctum quodvis* K *in circulo, rectæ* EF *occurrentes in* L, M; *erit quadratum ex* CL, *ſimul cum ſpatio quod ad quadratum ex* CM *eſt ut* GD *ad* DH, *æquale ſpatio quod ad quadratum ex* CE, *vel* CF, *eſt ut* GH *ad* HD.

Sit quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GH ad DH; quare erit ſumma quadratorum ex CO, CE ad quadratum ex CE ut GH ad HD; erit igitur ſumma quadratorum ex CL, CN æqualis ſummæ quadratorum ex CO, CE.

1. Quando cadit punctum L in EF producta. Quoniam eſt ſumma quadratorum ex CL, CN æqualis ſummæ quadratorum ex CO, CE, ablato quadrato ex CE, vel CF, ex utriſque, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CN, æquale quadrato ex CO: et quoniam eſt quadratum ex CO ad quadratum ex CF ut GD ad DH, erit

erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CN, ad quadratum ex CF ut GD ad DH: eſt autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH; quare erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH. Quod quidem [44. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH, et quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CN, ad quadratum ex CF ut GD ad DH: eſt autem quadratum ex CO ad quadratum ex CF ut GD ad DH; æquale igitur eſt rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CN, quadrato ex CO; quare, addito quadrato ex CE, vel CF, utriſque, erit ſumma quadratorum ex CL, CN, æqualis ſummæ quadratorum ex CO, CE: eſt autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GH ad HD; eſt igitur quadratum ex CL, ſimul cum ſpatio quod ad quadratum ex CM eſt ut GD ad DH, æquale ſpatio quod ad qua-

dratum ex CE, vel CF, eſt ut GH ad HD. *Q. E. D.*

2. Quando cadit punctum L inter E et F. Quoniam eſt ſumma quadratorum ex CE, CO, æqualis ſummæ quadratorum ex CL, CN, ablato quadrato ex CL ex utriſque, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CO, æquale quadrato ex CN: et quoniam eſt quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CO, ad quadratum ex CM ut GD ad DH: eſt autem quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GD ad DH; quare erit rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH. Quod quidem [44. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt [44. h.] rectangulum ELF ad rectangulum EMF ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GD ad DH, erit rectangulum ELF, ſimul cum quadrato ex CO, ad quadratum ex CM ut GD ad DH: eſt autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH; eſt igitur rectangulum ELF, ſimul cum quadrato

ex

ex CO, æquale quadrato ex CN; quare, addito quadrato ex CL utriſque, erit ſumma quadratorum ex CE, CO, æqualis ſummæ quadratorum ex CL, CN; eſt autem quadratum ex CN ad quadratum ex CM ut GD ad DH, et quadratum ex CO ad quadratum ex CE, vel CF, ut GH ad HD; eſt igitur quadratum ex CL, ſimul cum ſpatio quod ad quadratum ex CM eſt ut GD ad DH, æquale ſpatio quod ad quadratum ex CE, vel CF, eſt ut GH ad HD. *Q. E. D.*

PROP. L. *Fig.* 179.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* C *intra circulum, ducatur* CE, *circulo occurrens in* E, F, *et ducatur* DG *parallela rectæ* EF, *in* DG *ſumantur duo puncta* G, H, *ad diverſas partes puncti* D, *ſitque rectangulum* GDH *æquale rectangulo* ADB, *in* EF *ſumantur* CK, CL *æquales, ſitque quadratum ex* CE, *vel* CF, *ad quadratum ex* CK, *vel* CL, *ut* GD *ad* GH,

GH, *a punctis* G, H, *inflectantur* GM, HM, *ad punctum quodvis* M *in circulo, rectæ* EF *occurrentes in* N, O; *erit quadratum ex* CN *ad rectangulum* KOL *ut* GD *ad* DH.

Sit quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH, et quadratum ex CQ ad quadratum ex CE, vel CF, ut GD ad DH.

Quoniam eſt quadratum ex CN ad rectangulum KOL ut GD ad DH, et quadratum ex CP ad quadratum ex CO ut GD ad DH, erit ſumma quadratorum ex CN, CP ad quadratum ex CL ut GD ad DH. Quoniam eſt quadratum ex CQ ad quadratum ex CF ut GD ad DH, erit, componendo, ſumma quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CF ut GH ad HD: eſt autem quadratum ex CF ad quadratum ex CL ut GD ad GH; quare, ex æquo, perturbate, erit ſumma quadratorum ex CQ, CF ad quadratum ex CL ut GD ad DH; quoniam vero eſt ſumma quadratorum ex CN, CP ad quadratum ex CL ut GD ad DH, et ſumma quadratorum ex CQ, CF ad quadratum

[illegible]

PROP. LI. *Fig.* 180. 181.

In AB *diametro circuli ſumantur duo puncta* C, D, *ſitque ut* AC *ad* CB *ita* AD *ad* DB, *et ſit punctum* C *intra circulum, ducatur* CE, *circulo occurrens in* E, *in* CE *ſumantur duo puncta* F, G, *ad eaſdem partes puncti* C, *ſitque rectangulum* FCG *æquale quadrato ex* CE, *per punctum* D *ducatur* DH *parallela rectæ* CE, *et ſit rectangulum* ADB *ad quadratum ex* DH *ut* CG *ad* GF, *et in* DH *ponatur* DK *æqualis rectæ* DH, *a punctis* F, G *inſlectantur* FL, GL, *ad punctum quodvis* L *in circulo, rectæ* DH *occurrentes in* M, N: *ſi punctum* G *ſit intra circulum, erit quadratum ex* DN *ad rectangulum* HMK *ut* CG *ad* CF; *ſi vero ſit punctum* G *extra circulum, erit duplum quadrati ex* DN *ad ſummam quadratorum ex* MH, MK *ut* CG *ad* CF.

In DH ſumantur DO, DP æquales, et ſit quadratum ex DO, vel DP, æquale rectangulo ADB.

1. Quando

Prop. 5

1. Q
Quonia
gulum
do, rect
DN ut
gulum
ad qua
inverte
tum ex
nendo,
DO ad
hoc eſt
tum ex
rum ex
rum ex
duplun
ad du
DO ut
dratoru
mæ q
quadra
ſumma
tur ſu
ſumma
ad CG
Cor

dratorum ex MO, MP ad ſummam quadratorum [46. h.] ex NO, NP ut CF ad CG, et eſt ſumma quadratorum ex MO, MP æqualis duplo ſummæ quadratorum ex DM, DO, et ſumma quadratorum ex NO, NP æqualis duplo ſummæ quadratorum ex DN, DO, erit duplum ſummæ quadratorum ex DM, DO ad duplum ſummæ quadratorum ex DN, DO ut CF ad CG; quare erit ſumma quadratorum ex DM, DO ad ſummam quadratorum ex DN, DO ut CF ad CG: et quoniam eſt rectangulum ADB, hoc eſt, quadratum ex DO, ad quadratum ex DH ut CG ad GF, invertendo, erit quadratum ex DH ad quadratum ex DO ut FG ad GC; et, componendo, erit ſumma quadratorum ex DH, DO ad quadratum ex DO ut CF ad CG: quoniam vero eſt ſumma quadratorum ex DM, DO ad ſummam quadratorum ex DN, DO ut CF ad CG, et ſumma quadratorum ex DO, DH ad quadratum ex DO ut CF ad CG, erit rectangulum HMK ad quadratum ex DN ut CF ad CG; et, invertendo, erit quadratum ex DN ad rectangulum HMK ut CG ad CF. *Q. E. D.*

2. Quando punctum G eſt extra circulum.

Quoniam

ad ſummam quadratorum ex MO, MP ut CG ad CF. Quod quidem [46. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt [46. h.] ſumma quadratorum ex NO, NP ad ſummam quadratorum ex MO, MP ut CG ad CF, et eſt ſumma quadratorum ex NO, NP æqualis duplo ſummæ quadratorum ex DN, DO, et ſumma quadratorum ex MO, MP æqualis duplo ſummæ quadratorum ex DM, DO, erit duplum ſummæ quadratorum ex DN, DO ad duplum ſummæ quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF; quare erit ſumma quadratorum ex DN, DO ad ſummam quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF. Quoniam eſt rectangulum ADB, hoc eſt, quadratum ex DO, ad quadratum ex DH ut CG ad GF, erit, convertendo, quadratum ex DO ad exceſſum quadratorum ex DO, DH ut CG ad CF: quoniam vero eſt ſumma quadratorum ex DN, DO ad ſummam quadratorum ex DM, DO ut CG ad CF, et quadratum ex DO ad exceſſum quadratorum ex DO, DH ut CG ad CF, erit quadratum ex DN ad ſummam quadratorum ex DM, DH ut CG ad CF; quare erit duplum quadrati ex DN ad duplum ſummæ quadratorum ex DM, DH

DH ut CG ad CF : (
dratorum ex MH, M
mæ quadratorum ex
duplum quadrati ex I
dratorum ex MH,
Q. E. D.

PROP. LII.

In AB *diametro circi*
C, D, *ſitque ut* A(
per puncta C, D *di*
les rectæ AB, *in* I
F, G, *ad diverſas*
punctum D *extra*
punctum D *intra* (
que rectangulum
ADB, *et ſit* DF
matur DH *æquali*
ſumantur CK, CL
tum ex CK, *vel* C
ut FG *ad* FH,
tur FM, GM, *a*
circulo, rectæ K
ſi ſit punctum D
ma quadratorum

rectanguli KOL *ut* FD *ad* DG; *ſi vero ſit punctum* D *intra circulum, erit duplum rectanguli* KNL *ad ſummam quadratorum ex* OK, OL *ut* FD *ad* DG.

In KL ſumantur CP, CQ æquales; et ſit rectangulum ACB ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FG.

1. Quando punctum D eſt extra circulum: occurrat CE circulo in E.

Quoniam eſt ſumma quadratorum ex NK, NL ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG, et eſt ſumma quadratorum ex NK, NL æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CK, CN, erit duplum ſummæ quadratorum ex CK, CN ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG; quare erit ſumma quadratorum ex CK, CN ad rectangulum KOL ut FD ad DG. Quoniam eſt quadratum ex CK ad rectangulum ACB, hoc eſt, ad quadratum ex CE, ut FG ad FH, et rectangulum ACB, hoc eſt, quadratum ex CE, ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK ad quadratum ex CQ ut FD ad FH; et, convertendo, erit quadratum ex CK ad rectangulum QKP, vel QLP, ut FD

FD ad DH, hoc eſt, ut FD ad DG: quoniam vero eſt ſumma quadratorum ex CK, CN ad rectangulum KOL ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QLP ut FD ad DG, erit quadratum ex CN ad rectangulum QOP ut FD ad DG. Quod quidem [50. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt rectangulum ACB, hoc eſt, quadratum ex CE, ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad DG, erit [50. h.] quadratum ex CN ad rectangulum QOP ut FD ad DG: et quoniam eſt quadratum ex CK, vel CL, ad rectangulum ACB, hoc eſt, ad quadratum ex CE, ut FG ad FH, et rectangulum ACB, hoc eſt, quadratum ex CE, ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK, vel CL, ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad FH; et, convertendo, erit quadratum ex CK ad rectangulum QLP ut FD ad DG: quoniam vero eſt quadratum ex CN ad rectangulum QOP ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QLP ut FD ad DG, erit ſumma quadratorum ex CN, CK ad rectangulum KOL ut FD ad DG; quare erit duplum

duplum ſummæ quadratorum ex CN, CK ad duplum rectanguli KOL ut FD ad DG: eſt autem ſumma quadratorum ex NK, NL æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CK, CN; quare erit ſumma quadratorum ex NK, NL ad duplum rectanguli KOL, ut FD ad DG. *Q. E. D.*

2. Quando punctum D eſt intra circulum.

Quoniam eſt duplum rectanguli KNL ad ſummam quadratorum ex OK, OL ut FD ad DG, et eſt ſumma quadratorum ex OK, OL æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CO, CK, erit duplum rectanguli KNL ad duplum ſummæ quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG; quare erit rectangulum KNL ad ſummam quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG. Quoniam eſt quadratum ex CK ad rectangulum ACB ut FG ad FH, et rectangulum ACB ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FH; quare erit quadratum ex CK ad rectangulum QKP, vel QLP, ut FD ad DH, hoc eſt, ut FD ad DG: quoniam vero eſt rectangulum KNL ad ſummam quadratorum

ex

ex CK, CO ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QKP ut FD ad DG, erit quadratum ex CN ad ſummam quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG; quare erit duplum quadrati ex CN ad duplum ſummæ quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG; eſt autem ſumma quadratorum ex OQ, OP æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CQ, CO; erit igitur duplum quadrati ex CN ad ſummam quadratorum ex OQ, OP ut FD ad DG. Quod quidem [51. h.] ita ſe habet.

Compoſitio. Quoniam eſt rectangulum ACB ad quadratum ex CQ, vel CP, ut FD ad FG, erit [51. h.] duplum quadrati ex CN ad ſummam quadratorum ex OQ, OP ut FD ad DG: eſt autem ſumma quadratorum ex OQ, OP æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CQ, CO; quare erit duplum quadrati ex CN ad duplum ſummæ quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG; erit igitur quadratum ex CN ad ſummam quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG: et quoniam eſt quadratum ex CK ad rectangulum ACB ut FG ad FH, et rectangulum ACB ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad

FG, erit, ex æquo, perturbate, quadratum ex CK ad quadratum ex CP, vel CQ, ut FD ad FH; quare erit quadratum ex CK ad rectangulum QKP, vel QLP, ut FD ad DH, hoc eſt, ut FD ad DG; quoniam vero eſt quadratum ex CN ad ſummam quadratorum ex CQ, CO ut FD ad DG, et quadratum ex CK ad rectangulum QKP ut FD ad DG, erit rectangulum KNL ad ſummam quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG; quare erit duplum rectanguli KNL ad duplum ſummæ quadratorum ex CK, CO ut FD ad DG; eſt autem ſumma quadratorum ex OK, OL æqualis duplo ſummæ quadratorum ex CK, CO; eſt igitur duplum rectanguli KNL ad ſummam quadratorum ex OK, OL ut FD ad DG. *Q. E. D.*

F I N I S.

